Classes de 1ère

Pourcentages

Type 1.

1) Un héritage de 2000 euros est divisée de la façon suivante : Paul en touche 36%, Marie 28% et Jean touche le reste, quelle est la somme touchée par chaque personne
2) Un héritage de 4500 euros est divisée de la façon suivante : Paul en touche 41%, Marie 26% et Jean touche le reste, quelle est la somme touchée par chaque personne
3) Une somme de 3500 euros est divisée de la façon suivante, la section judo touche 30% de la somme, la section tennis touche 42% de la somme, la section rugby touche le reste, quelle est la somme touchée par chaque section
4) Une somme de 5000 euros est divisée de la façon suivante, la section judo touche 36% de la somme, la section tennis touche 30% de la somme, la section rugby touche le reste, quelle est la somme touchée par chaque section

Correction

1)Paul en touche 36% de 2000 euros donc $\frac{36}{100}\times 2000=720$ euros

Marie en touche 28% de 2000 euros donc $\frac{28}{100}\times 2000=560$ euros

2000– (720+560)=720 euros, donc Jean touche 720 euros

Type 2.

1) Lors d'une élection dans une commune, il y a 746 votants, 235 votent pour la liste A, 278 pour la liste B et le reste pour la liste C, calculer le pourcentage obtenu liste.
2) Lors d'une élection dans une commune, il y a 1567 votants, 467 votent pour la liste A, 587 pour la liste B et le reste pour la liste C, calculer le pourcentage obtenu par chaque liste.
3) Sur un budget associatif de 3000 euros, la section tennis touche 1250 euros, la section football 780 euros, el la section rugby touche le reste, calculer le pourcentage obtenu par chaque section.
4) Sur un budget associatif de 7000 euros, la section tennis touche 2250 euros, la section football 2680 euros, el la section rugby touche le reste, calculer le pourcentage obtenu par chaque section.

Correction

1)235 sur un total de 746 votent pour la liste A ce qui correspond au pourcentage $\frac{235}{746}\times 100=31{,}50\%$

278 sur un total de 746 votent pour la liste B ce qui correspond au pourcentage $\frac{278}{746}\times 100=37{,}26\%$

746–(235+278)=233, $\frac{233}{746}\times 100=31{,}23\%$

Type 3.

1) Une veste coûte 130 €, son prix augmente de 12% calculer le prix final par deux méthodes
2) Un vélo coûte 270 €, son prix augmente de 8% calculer le prix final par deux méthodes
3) Un ordinateur coûte 450 €, son prix augmente de 15% calculer le prix final par deux méthodes
4) Un téléphone coûte 180 €, son prix augmente de 6% calculer le prix final par deux méthodes
5) Une veste coûte 130 €, son prix baisse de 12% calculer le prix final par deux méthodes
6) Un vélo coûte 270 €, son prix baisse de 8% calculer le prix final par deux méthodes
7) Un ordinateur coûte 450 €, son prix baisse de 15% calculer le prix final par deux méthodes
8) Un téléphone coûte 180 €, son prix baisse de 6% calculer le prix final par deux méthodes

Correction

1)1ère méthode, 12% de 130= $\frac{12}{100}\times 130=15{,}6$€ 130+15,6=145,6€ Le prix final est de 145,6€

2ème méthode Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 12% est $1+\frac{12}{100}=1+0{,}12=1{,}12$

Le prix final est donc $130\times 1{,}12=145{,}6$€

5) 1ère méthode, 12% de 130= $\frac{12}{100}\times 130=15{,}6$€ 130–15,6=114,4€ Le prix final est de 114,4€

2ème méthode Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 12% est $1-\frac{12}{100}=1-0{,}12=0{,}88$

Le prix final est donc $130\times 0{,}88=114{,}4$€

Type 4.

1) Trouver le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 8%, 13%, 4,5%, 48%, à une baisse de 8%, 13%, 4,5%,

48%

Correction : Hausse de 8% : Le coefficient est $1+\frac{8}{100}=1+0,08=1,08$

Baisse de 8% : Le coefficient est $1-\frac{8}{100}=1-0,08=0,92$

Type 5.

Trouver le pourcentage correspondant aux coefficients suivants

1) 1,05
2) 1,035
3) 1,23
4) 1,12
5) 1,025
6) 0,96
7) 0,975
8) 0,88
9) 0 ,76

Correction

1)(1,05–1) $\times$100=5% Cela correspond à une hausse de 5%

6) (0,96–1) $\times$100= –4% Cela correspond à une baisse de 4%

Type 6.

1) Le prix d'une veste passe de 68€ à 82€ calculer le pourcentage d'augmentation correspondant
2) Le prix d'un vélo passe de 178€ à 200€ calculer le pourcentage d'augmentation correspondant
3) Le prix d'un téléphone passe de 130€ à 145€ calculer le pourcentage d'augmentation correspondant
4) Le prix d'un portable passe de 250€ à 278€ calculer le pourcentage d'augmentation correspondant
5) Le prix d'une veste passe de 68€ à 56€ calculer le pourcentage de baisse correspondant
6) Le prix d'un vélo passe de 178€ à 150€ calculer le pourcentage de baisse correspondant
7) Le prix d'un téléphone passe de 130€ à 115€ calculer le pourcentage de baisse correspondant
8) Le prix d'un portable passe de 250€ à 225€ calculer le pourcentage de baisse correspondant

Correction

1)Le coefficient multiplicateur correspondant est $\frac{82}{68}=1,206$ (1,206–1) $\times$100=20,6% L'augmentation est de 20,6%

5) Le coefficient multiplicateur correspondant est $\frac{56}{68}=0,824$ (0,824–1) $\times$100=–17,6% La baisse est de 17,6%

Type 7.

1) Le prix d'une veste est de 156€, il augmente de 8% lors d'une vente puis ensuite de 17%, quel est le pourcentage global d'augmentation ?
2) Le prix d'un vélo est de 245€, il augmente de 6% lors d'une vente puis ensuite de 12%, quel est le pourcentage global d'augmentation ?
3) Le prix d'un ordinateur est de 456€, il augmente de 9% lors d'une vente puis ensuite de 4,5%, quel est le pourcentage global d'augmentation ?
4) Le prix d'un portable est de 654€, il augmente de 10% lors d'une vente puis ensuite de 6,5%, quel est le pourcentage global d'augmentation ?
5) Le prix d'une veste est de 178€, il augmente de 18% lors d'une vente puis baisse de 12%, quel est le pourcentage global de variation ?
6) Le prix d'une chemise est de 56€, il augmente de 7% lors d'une vente puis baisse de 10%, quel est le pourcentage global de variation ?

Correction

1)Le coefficient multiplicateur lié à une hausse de 8% est $1+\frac{8}{100}=1,08$, le coefficient multiplicateur lié à une hausse de 17% est $1+\frac{17}{100}=1,17$, le prix final est donc $156\times1,08\times1,17=156\times1,2636$. Le coefficient multiplicatif est donc de 1,2636, ce qui correspond au pourcentage (1,2636–1) $\times$100=26,36%. La veste augmente donc de 26,36 %, on ne s'est pas servi du prix initial de 156€

Second degré

Type 8.

1) Soit A= x^2-2x-3
   a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
   b) Factoriser A et vérifier la factorisation
   c) Faire le tableau de signe de A
   d) Résoudre $A\geq0$ puis $A\leq0$
2) Soit A= x^2-5x+6
   a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
   b) Factoriser A et vérifier la factorisation
   c) Faire le tableau de signe de A
   d) Résoudre $A\geq0$ puis $A\leq0$
3) Soit A= x^2+3x-4
   a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
   b) Factoriser A et vérifier la factorisation
   c) Faire le tableau de signe de A
   d) Résoudre $A\geq0$ puis $A\leq0$
4) Soit A= $-x^2-x+6$
   a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
   b) Factoriser A et vérifier la factorisation
   c) Faire le tableau de signe de A
   d) Résoudre $A\geq0$ puis $A\leq0$
5) Soit A= $3x^2+4x-4$
   a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions

b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

6) Soit A= $2x^2 - x - 3$
a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

7) Soit A= $-2x^2 + 7x - 3$
a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

8) Soit A= $x^2 - 2x - 1$
a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

9) Soit A= $x^2 - 4x + 1$
a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

10) Soit A= $x^2 + 2x - 2$
a) Résoudre A=0 puis vérifier les solutions
b) Factoriser A et vérifier la factorisation
c) Faire le tableau de signe de A
d) Résoudre $A \geq 0$ puis $A \leq 0$

Correction

1) a)$x^2 - 2x - 3 = 0$ On voit que a=1 b= –2 c= –3 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 4+12 = 16$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)-\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ $\quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)+\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Les solutions sont –1 et 3

Vérification pour x= –1 $x^2 - 2x - 3 = (-1)^2 - 2\times(-1) - 3 = 1+2-3 = 0$

pour x= 3 $x^2 - 2x - 3 = (3)^2 - 2\times(3) - 3 = 9-6-3 = 0$

b) $A = a(x - x_1)(x - x_2) = 1(x-(-1))(x-3) = (x+1)(x-3)$

Vérification $(x+1)(x-3) = x^2 - 3x + 1x - 3 = x^2 - 2x - 3$

c)Le polynôme est du signe de a à l'extérieur des racines or a=1>0 donc positif à l'extérieur des racine et négatif à l'intérieur

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
A		+	0	–	0	+	

d)$A \geq 0$ Il suffit de retenir les zones du tableau contenant un signe + S=$]-\infty\ ; -1] \cup [3\ ; +\infty[$;
$A \leq 0$ Il suffit de retenir les zones du tableau contenant un signe – S=[–1 ;3]

Suites

Type 9.

1) Soit u_n la suite définie par u_n =3n+2, calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$
2) Soit u_n la suite définie par $u_n = n^2 - n + 1$, calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$
3) Soit u_n la suite définie par $u_n = \frac{n-1}{n+2}$, calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$

Correction

1) u_n =3n+2 donc $u_0 = 3\times 0+2 = 2$ $\quad u_1 = 3\times 1+2 = 5$ $\quad u_2 = 3\times 2+2 = 8$ $\quad u_3 = 3\times 3+2 = 11$ $\quad u_4 = 3\times 4+2 = 14$

Type 10.

1) Soit u_n la suite définie par $u_n \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$ calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$

2) Soit u_n la suite définie par $u_n \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n - 1 \end{cases}$ calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$

3) Soit u_n la suite définie par $u_n \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -u_n - 3 \end{cases}$ calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$

4) Soit u_n la suite définie par $u_n \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$ calculer $u_0\ u_1\ u_2\ u_3\ u_4$

Correction

1) $u_n \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$ donc $u_{n+1} = 2u_n + 1$ en remplaçant n par 0 on obtient

$u_{0+1} = 2u_0 + 1 \Leftrightarrow u_1 = 2u_0 + 1 \Leftrightarrow u_1 = 2\times3+1$=7

$u_{n+1} = 2u_n + 1$ en remplaçant n par 1 on obtient
$u_{1+1} = 2u_1 + 1 \Leftrightarrow u_2 = 2u_1 + 1$=2×7+1=15

$u_{n+1} = 2u_n + 1$ en remplaçant n par 2 on obtient
$u_{2+1} = 2u_2 + 1 \Leftrightarrow u_3 = 2u_2 + 1$=2×15+1=31
$u_{n+1} = 2u_n + 1$ en remplaçant n par 3 on obtient
$u_{3+1} = 2u_3 + 1 \Leftrightarrow u_4 = 2u_3 + 1$=2×31+1=63

Type 11.

1) a) Soit u_n une suite arithmétique avec u_0 =5 et r=7 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10} et u_{20}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10} et S_{20}
2) a) Soit u_n une suite arithmétique avec u_0 =2 et r=6 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10} et u_{20}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10} et S_{20}
3) a) Soit u_n une suite arithmétique avec u_0 =9 et r=8 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10} et u_{20}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10} et S_{20}
4) a) Soit u_n une suite arithmétique avec u_0 =5 et r=4 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10} et u_{20}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10} et S_{20}

Correction

1) a) u_0 =5 et r=7 pour trouver u_1, il suffit d'ajouter r=7 à u_0 =5, u_1=5+7=12 u_2 =12+7=19 u_3=19+7=26 u_4 =26+7=33

b)On a la formule $u_n = u_0$ + nr donc $u_4 = u_0$ +4r=5+4×7=5+28=33 $u_{10} = u_0$ +10r=5+10×7=75 $u_{20} = u_0$ +20r=5+20×7=145

c) $S_4 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ =5+12+19+26+33=95

2$^{\text{ème}}$ méthode $S_n = \dfrac{u_0 + u_n}{2} \times (n+1)$ donc $S_4 = \dfrac{u_0 + u_4}{2} \times (4+1) = \dfrac{5+33}{2} \times (4+1) = 19 \times 5 = 95$

$S_{10} = \dfrac{u_0 + u_{10}}{2} \times (10+1) = \dfrac{5+75}{2} \times (11) = 40 \times 11 = 440$

$S_{20} = \dfrac{u_0 + u_{20}}{2} \times (20+1) = \dfrac{5+145}{2} \times (21) = 75 \times 21 = 1575$

Type 12.

1) a) Soit u_n une suite géométrique avec u_0 =4 et q=2 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10}
2) a) Soit u_n une suite géométrique avec u_0 =2 et q=3 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10}
3) a) Soit u_n une suite géométrique avec $u_0 = -1$ et q=2 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10}, puis calculer u_n en fonction de n
   c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10}
4) a) Soit u_n une suite géométrique avec $u_0 = -2$ et q=3 calculer u_1 u_2 u_3 u_4
   b) Calculer u_4 par la formule puis u_{10}, puis calculer u_n en fonction de n

c) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$ Calculez S_4 par somme puis S_4 par la formule, puis calculer S_{10}

Correction :

1) a) u_0 =4 et q=2 pour trouver u_1 il suffit de multiplier u_0 par la raison q

$u_1 = u_0 \times q = 4\times 2 = 8$ $u_2 = u_1 \times q = 8\times 2 = 16$ $u_3 = 16\times 2 = 32$ $u_4 = 16\times 2 = 64$

b)On a la formule $u_n = u_0 \times q^n$ donc $u_4 = u_0 \times q^4 = 4\times 2^4 = 4\times 16 = 64$

$u_{10} = u_0 \times q^{10} = 4\times 2^{10} = 4\times 1024 = 4096$ $u_n = u_0 \times q^n = 4\times 2^n$

c) $S_4 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 4+8+16+32+64 = 124$

2ème méthode $S_n = u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ $S_4 = 4\times \dfrac{1-2^{4+1}}{1-2} = 4\times \dfrac{1-2^5}{-1} = 4\times \dfrac{1-32}{-1} = 4\times \dfrac{-31}{-1} = 4\times 31 = 124$

Type 13.

1) Une personne possède un salaire de 1000€ en janvier 2014, chaque mois celui-ci augmente de 20€. Soit u_n la suite représentée par le montant du salaire

   a) Quelle est la nature de la suite u_n ? Quel est son salaire en février, mars, avril, mai , décembre ? Quel est son salaire au bout de deux ans en janvier 2016? A quelle date son salaire sera-t-il de 1200€ ?

   b) Il met de côté les salaires qu'il touche, calculez la somme économisée au 31 décembre 2014 ?

2) Une personne possède un salaire de 1400€ en janvier 2014, chaque mois celui-ci augmente de 30€. Soit u_n la suite représentée par le montant du salaire

   a) Quelle est la nature de la suite u_n ? Quel est son salaire en février, mars, avril, mai , décembre ? Quel est son salaire au bout de deux ans en janvier 2016? A quelle date son salaire sera-t-il de 1820€ ?

   b) Il met de côté les salaires qu'il touche, calculez la somme économisée au 31 décembre 2014 ?

Correction

1)Comme on ajoute à chaque fois 20€ à la somme de départ, c'est une suite arithmétique de raison 20. En février le salaire est u_1=1020€, mars u_2=1040, avril u_3=1060, mai u_4=1080, décembre $u_{11} = u_0 + 11r = 1000+11\times 20 = 1220$€. Au bout de deux ans en janvier 2016 le salaire sera de $u_{24} = u_0 + 24r = 1000+24\times 20 = 1480$€

2)Au 31 décembre 2014, la somme économisée sera $S_{11} = \dfrac{u_0 + u_{11}}{2} \times (11+1) = \dfrac{1000+1220}{2} \times 12 = 1110\times 12 = 13320$€

Type 14.

1) Une personne possède un salaire de 1000€ en janvier 2014, chaque mois celui-ci augmente de 4,5%. Soit u_n la suite représentée par le montant du salaire

   a) Quelle est la nature de la suite u_n ? Quel est son salaire en février, mars, avril, mai , décembre ? Quel est son salaire au bout de deux ans en janvier 2016? A quelle date son salaire aura-t-il dépassé 1200€ ?

   b) Il met de côté les salaires qu'il touche, calculez la somme économisée au 31 décembre 2014 ?

2) Une personne possède un salaire de 2000€ en janvier 2014, chaque mois celui-ci augmente de 3%. Soit u_n la suite représentée par le montant du salaire

   a) Quelle est la nature de la suite u_n ? Quel est son salaire en février, mars, avril, mai , décembre ? Quel est son salaire au bout de deux ans en janvier 2016? A quelle date son salaire aura-t-il dépassé 24000€ ?

   b) Il met de côté les salaires qu'il touche, calculez la somme économisée au 31 décembre 2014 ?

Correction

1)a)Une hausse de 4,5% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,045. Le salaire en février est donc $u_1 = 1000\times 1{,}045 = 1045$, le salaire en mars est $u_2 = 1045\times 1{,}045 = 1092{,}025$, au mois d'avril, $u_3 = 1092{,}025\times 1{,}045 = 1141{,}17$, en mai $u_4 = 1141{,}17,\times 1{,}045 = 1191{,}48$ u_n est une suite géométrique de raison 1,045, en décembre $u_{11} = u_0 \times q^{11} = 1000\times 1{,}045^{11} = 1622{,}85$€, en janvier 2016 $u_{24} = u_0 \times q^{24} = 1000\times 1{,}045^{24} = 2876{,}01$€. Son salaire de mai est $u_5 = u_0 \times q^5 = 1000\times 1{,}045^5 = 1246{,}18$, son salaire dépasse 1200€ en mai 2014.

b) Au 31 décembre 2014, la somme économisée sera $S_{11} = u_0 \times \dfrac{1-q^{11+1}}{1-q} = 1000\times \dfrac{1-1{,}045^{12}}{1-1{,}045} = 1000\times \dfrac{-0{,}696}{-0{,}045} = 15466{,}66$€

Dérivées, étude de fonctions

Type 15.

Calculer les dérivées des fonctions suivantes

1) $f(x)= 3x^5 -2x^4 +4x^3 -6x^2 +8x+2$
2) $f(x)= 4x^5 -3x^4 +5x^3 -2x^2 +7x-2$
3) $f(x)= 2x^5 -5x^4 +3x^3 -5x^2 +3x+4$
4) $f(x)= -3x^5 +x^4 +2x^3 -x^2 -5x+2$
5) $f(x)= x^5 +2x^4 + x^3 -4x^2 +x+2$
6) $f(x)= x^5 +x^4 - x^3 +x^2 -x+2$
7) $f(x)= x^6 +0{,}5x^4 - x^3 +x+2$

Correction

1)$f(x)= 3x^5 -2x^4 +4x^3 -6x^2 +8x+2$ $f'(x)= 3\times 5x^4 -2\times 4x^3 +4\times 3x^2 -6\times 2x+8+0$

$=15x^4 -8x^3 +12x^2 -12x+8$

Type 16.

1) $f(x)=(x^2 +2)(3x+1)$
   a) Calculer la dérivée en utilisant la formule $(u\times v)'=u'v+uv'$
   b) Développer f(x)
   c) Calculer la dérivée du développement obtenu et vérifier avec le résultat du a)
2) $f(x)=(x^2 -2)(2x+3)$
   a) Calculer la dérivée en utilisant la formule $(u\times v)'=u'v+uv'$
   b) Développer f(x)
   c) Calculer la dérivée du développement obtenu et vérifier avec le résultat du a)
3) $f(x)=(2x^2 -1)(2x+3)$
   a) Calculer la dérivée en utilisant la formule $(u\times v)'=u'v+uv'$
   b) Développer f(x)
   c) Calculer la dérivée du développement obtenu et vérifier avec le résultat du a)
4) $f(x)=(x^2 +x-1)(2x+3)$
   a) Calculer la dérivée en utilisant la formule $(u\times v)'=u'v+uv'$
   b) Développer f(x)
   c) Calculer la dérivée du développement obtenu et vérifier avec le résultat du a)

Correction

1) a)$f(x)=(x^2 +2)(3x+1)$ $u= x^2 +2$ $u'=2x$

$v=3x+1$ $v'=3$

$f'(x)= u'v+uv'=2x\times (3x+1) + (x^2 +2) \times (3) =6x^2 +2x+3x^2 +6=9x^2 +2x+6$

b) $f(x)=(x^2 +2)(3x+1)=3x^3 + x^2 +6x+2$

c)$f(x)= 3x^3 + x^2 +6x+2$ $f'(x)= 3\times 3x^2 +2x+6=9x^2 +2x+6$

Type 17.

1) Calculez la dérivée de la fonction f(x)= $\dfrac{x+2}{x-1}$
2) Calculez la dérivée de la fonction f(x)= $\dfrac{2x+1}{x-3}$
3) Calculez la dérivée de la fonction f(x)= $\dfrac{x^2+1}{x-3}$
4) Calculez la dérivée de la fonction f(x)= $\dfrac{x^2-3x+3}{x-3}$

Correction

1) f(x)= $\dfrac{x+2}{x-1}$ $u(x)=x+2$ $u'(x)=1$

$v(x)=x-1$ $v'(x)=1$

$$f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}=\frac{1(x-1)-(x+2)1}{(x-1)^2}=\frac{(x-1)-(x+2)}{(x-1)^2}=\frac{x-1-x-2}{(x-1)^2}=\frac{-3}{(x-1)^2}$$

Type 18.

1) Soit $f(x)= x^2 -4x-1$
   a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
   b) Tracer la courbe f
   c) Trouver l'équation de la tangente en a=1 et la tracer
2) Soit $f(x)= x^2 -2x-3$
   a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
   b) Tracer la courbe f
   c) Trouver l'équation de la tangente en a=2 et la tracer
3) Soit $f(x)= -x^2 +2x+2$

a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
b) Tracer la courbe f
c) Trouver l'équation de la tangente en a=2 et la tracer

4) Soit $f(x)= x^2 – x – 2$
a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
b) Tracer la courbe f
c) Trouver l'équation de la tangente en a=1 et la tracer

Correction

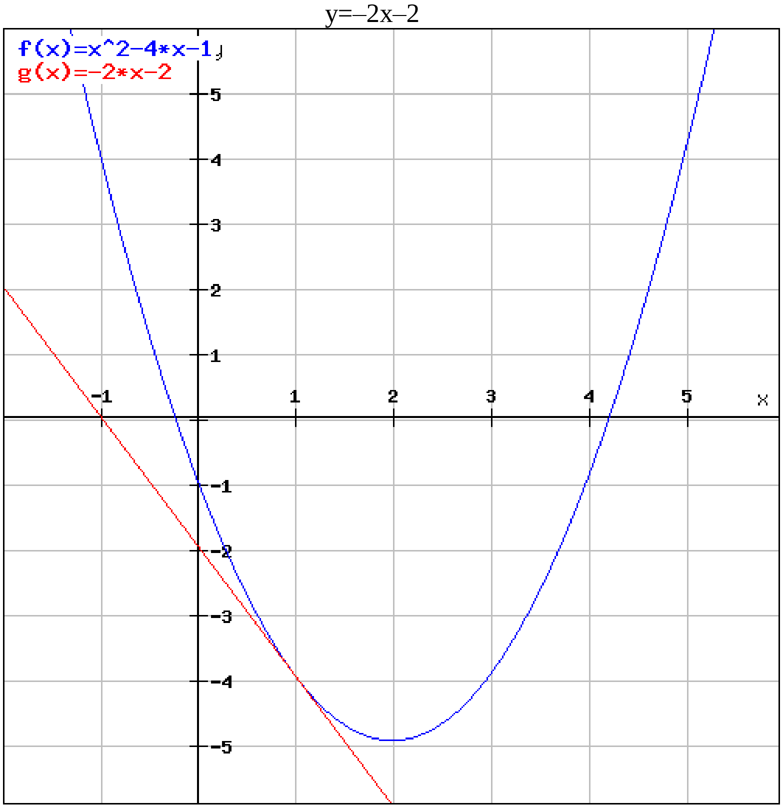
1) a)$f(x)= x^2 –4x–1$ $f'(x)=2x–4$ $2x–4=0 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)=2x–4$		–	0	+	
f(x)		$\searrow$	–5	$\nearrow$	

$f(2)= 2^2 –4\times2–2=4–8–1= –5$

c)L'équation de la tangent est y=f'(a)(x–a) + f(a) avec a=1

$y=f'(1)(x–1)+ f(1)$ avec $f'(1)=2\times1–4=2–4=–2$ $f(1)= 1^2 –4\times1–1=1–4–1=–4$
$y=–2(x–1) –4$
$y=–2x+2–4$
$y=–2x–2$



Tracé de la tangente $y=–2x–2$

Si x=1, $y=–2\times1–2=–2–2=–4$
Si x=2, $y=–2\times2–2=–4–2=–6$
Si x=3, $y=–2\times3–2=–6–2=–8$

Type 19.

1) Soit $f(x)= \frac{1}{3}x^3 – \frac{1}{2}x^2 –2x+1$
a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
b) Tracer la courbe f
c) Trouver l'équation de la tangente en a=0 et la tracer

2) Soit $f(x)= \frac{1}{3}x^3 –x^2 –3x+3$
a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation

b) Tracer la courbe f
c) Trouver l'équation de la tangente en a=0 et la tracer

3) Soit f(x)= $-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+3$

a) Calculer f'(x), résoudre f(x)=0 et faire le tableau de variation
b) Tracer la courbe f
c) Trouver l'équation de la tangente en a=0 et la tracer

Correction

1) f(x)= $\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+1$ f'(x)= $\frac{1}{3}\times 3x^2-\frac{1}{2}\times 2x-2=x^2-x-2$

f'(x)=0 $\Leftrightarrow$ $x^2-x-2=0$ Il faut calculer le discriminant a=1, b=–1, c=–2 $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-2)=1+8=9$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$ $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'(x)= x^2-x-2		+	0	–	0	+	
f(x)		↗	f(–1)= $\frac{17}{6}$	↘	f(2)= $-\frac{7}{3}$	↗	

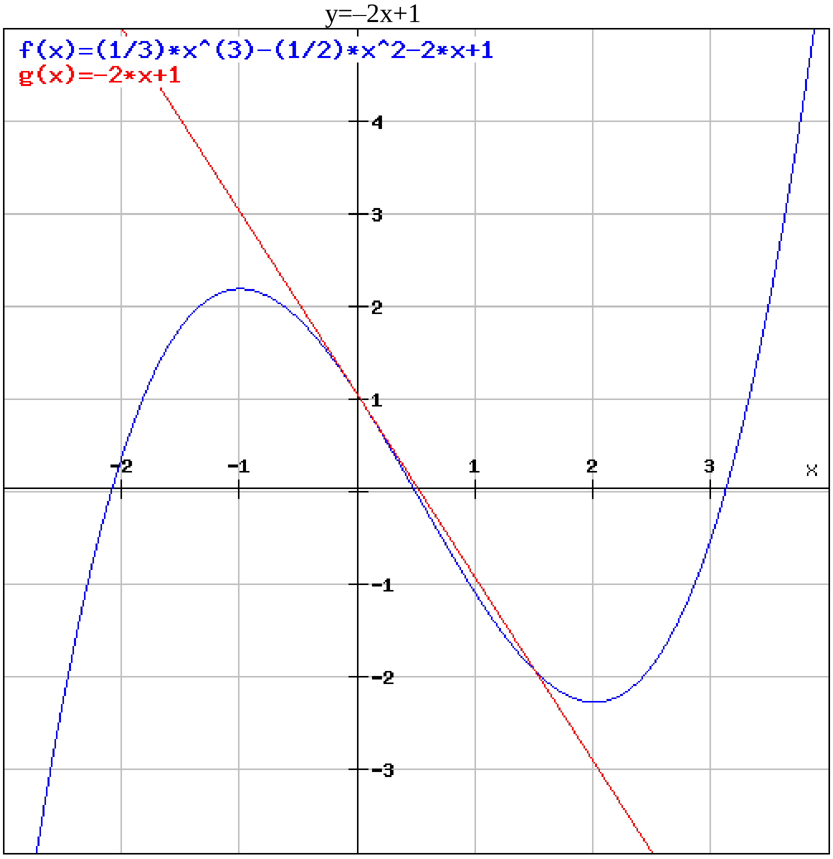
f(–1)= $\frac{1}{3}(-1)^3-\frac{1}{2}(-1)^2-2(-1)+1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2+1=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}+3=-\frac{1}{6}+\frac{18}{6}=\frac{17}{6}$

f(2)= $\frac{1}{3}(2)^3-\frac{1}{2}(2)^2-2(2)+1=\frac{1}{3}8-\frac{1}{2}4-4+1=\frac{8}{3}-\frac{4}{2}-3=\frac{8}{3}-2-3=\frac{8}{3}-5=\frac{8}{3}-\frac{15}{3}=-\frac{7}{3}$

c) L'équation de la tangent est y=f'(a)(x–a) + f(a) avec a=0

y=f'(0)(x–0)+ f(0) avec f'(0)= $0^2-0-2=-2$ f(0)= $\frac{1}{3}0^3-\frac{1}{2}0^2-2(0)+1=1$

y=–2(x) +1
y=–2x+1



Type 20.

1) Soit f(x)= $\dfrac{x+2}{x-1}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

2) Soit f(x)= $\dfrac{x-2}{x+1}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

3) Soit f(x)= $\dfrac{2x+1}{x-3}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

4) Soit f(x)= $\dfrac{2x-3}{x+1}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

Correction

1)La fonction est définie si le dénominateur x–1 est différent de 0 x–1=0 $\Leftrightarrow$ x=1 donc Df= $\Re-\{1\}$ la valeur interdite est 1

Calcul de f'(x) : f(x)= $\dfrac{x+2}{x-1}$ u(x)=x+2 u'(x)=1

v(x)=x–1 v'(x)=1

f'(x)= $\dfrac{u'v-uv'}{v^2}=\dfrac{1(x-1)-(x+2)1}{(x-1)^2}=\dfrac{(x-1)-(x+2)}{(x-1)^2}=\dfrac{x-1-x-2}{(x-1)^2}=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$

Un carré est toujours positif donc $(x-1)^2 \geq 0$ et $-3 \leq 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
–3	–	||	–
$(x-1)^2$	+	||	+
f'(x)= $\dfrac{-3}{(x-1)^2}$	–	||	–
f(x)	$\searrow$	||	$\searrow$

Type 21.

1) Soit f(x)= $\dfrac{x^2-3x+3}{x-2}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

2) Soit f(x)= $\dfrac{x^2-4x+4}{x-3}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

3) Soit f(x)= $\dfrac{-x^2+5x-7}{x-3}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

4) Soit f(x)= $\dfrac{x^2-2}{x-1}$
   a) Trouver l'ensemble de définition
   b) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
   c) Tracer la courbe f

5) Soit f(x)= $\dfrac{-x^2+5}{x-2}$

d) Trouver l'ensemble de définition
e) Calculer f'(x) et faire le tableau de variation
f) Tracer la courbe f

Correction

1) La fonction est définie si le dénominateur x–2 est différent de 0 x–2=0 $\Leftrightarrow$ x=2 donc Df= $\Re - \{2\}$ la valeur interdite est 2

Calcul de f'(x) : f(x)= $\dfrac{x^2-3x+3}{x-2}$ u(x)= x^2-3x+3 u'(x)=2x–3

v(x)=x–2 v'(x)=1

$$f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}=\frac{(2x-3)(x-2)-(x^2-3x+3)1}{(x-2)^2}=\frac{2x^2-4x-3x+6-(x^2-3x+3)}{(x-2)^2}$$

$$=\frac{2x^2-4x-3x+6-x^2+3x-3}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$

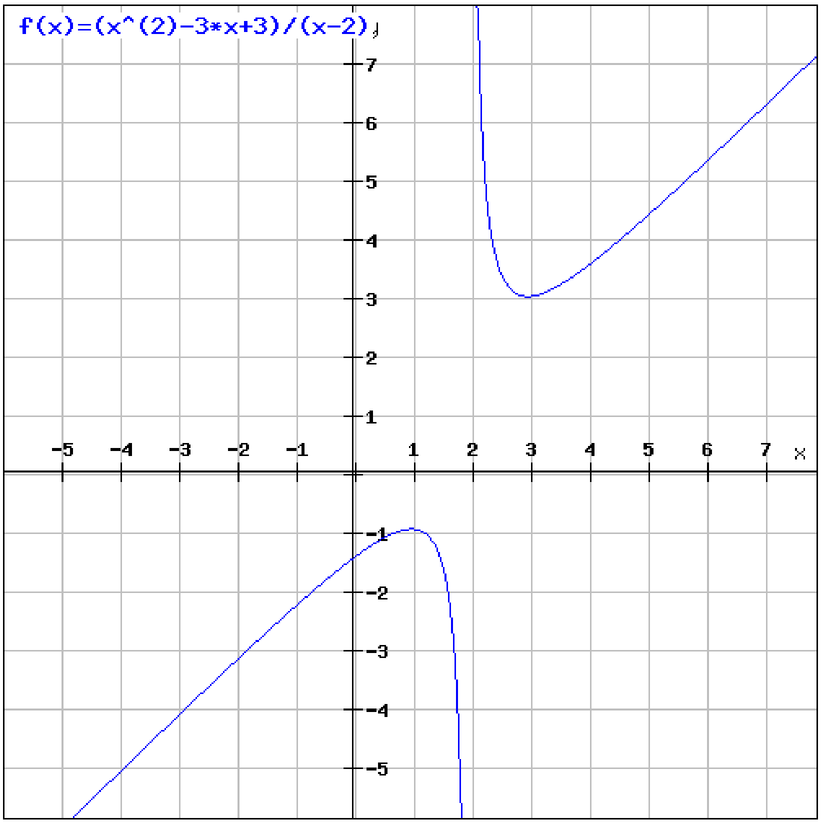
Un carré est toujours positif donc $(x-2)^2>0$

Pour le signe de x^2-4x+3 il faut calculer Δ a=1 b=–4 c=3 $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times 1\times(3) = 16-12 = 4$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-4)-\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1 \qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-4)+\sqrt{4}}{2\times 1}=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3$$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
x^2-4x+3		+	0	–	||	–	0	+	
$(x-2)^2$		+		+	||	+		+	
f'(x)= $\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$		+		–	||	–		+	
f(x)		↗	–2	↘	||	↘	3	↗	

f(1)= $\dfrac{1^2-3*1+3}{1-2}=\dfrac{2}{-1}=-2$ f(3)= $\dfrac{3^2-3*3+3}{3-2}=\dfrac{3}{1}=3$



Statistiques

Type 22.

1) Statistique sur la pointure de chaussure des élèves d'une classe
40, 41, 42, 43, 44, 45, 43, 41, 42, 43, 42, 44, 41, 42, 43, 42

Pointure de chaussure	40	41	42	43	44	45	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3, donner l'intervalle interquartile et l'écart interquartile, faire le diagramme en boîte
e) Calculer la variance V et l'écart type σ
f) Quel est le pourcentage de personne dont la pointure fait partie de l'intervalle [$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]
g) Faire le diagramme en bâton
h) Faire le diagramme circulaire
i) Quel est le pourcentage de personnes dont la pointure est supérieure ou égale à 43 ?

2) Statistique sur des notes obtenues au brevet sur 40
17, 18, 19, 20, 21, 22, 18, 19, 20, 21, 19, 20, 21, 20, 21, 17, 18, 19, 20, 21

Note sur 40	17	18	19	20	21	22	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3, donner l'intervalle interquartile et l'écart interquartile, faire le diagramme en boîte
e) Calculer la variance V et l'écart type σ
f) Quel est le pourcentage de personne dont la note fait partie de l'intervalle [$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]
g) Faire le diagramme en bâton
h) Faire le diagramme circulaire
i) Quel est le pourcentage de personnes dont la note est supérieure ou égale à 20 ?

3) Statistique sur l'étude de la masse d'un petit rongeur en grammes
27, 28, 29, 30, 31, 32, 28, 29, 30, 31, 32, 28, 29, 30, 29, 30

Masse	27	28	29	30	31	32	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3, donner l'intervalle interquartile et l'écart interquartile, faire le diagramme en boîte
e) Calculer la variance V et l'écart type σ
f) Quel est le pourcentage de rongeur dont la masse fait partie de l'intervalle [$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]
g) Faire le diagramme en bâton
h) Faire le diagramme circulaire
i) Quel est le pourcentage de rongeurs dont la masse est supérieure ou égale à 30 ?

4) Voici une statistique sur les âges des membres d'une assemblée

Age	35	36	37	38	39	40	Total
Effectif	16	21	26	34	22	18	
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3, donner l'intervalle interquartile et l'écart interquartile, faire le diagramme en boîte
e) Calculer la variance V et l'écart type σ
f) Quel est le pourcentage de personne dont l'âge fait partie de l'intervalle [$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]
g) Faire le diagramme en bâton
h) Faire le diagramme circulaire
i) Quel est le pourcentage de personnes dont l'âge est supérieure ou égale à 39

5) Voici les âges des membres d'une association
21, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 33, 34, 37, 39, 42, 45, 46, 47, 50, 52, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62
a) Trouver l'étendue, la classe modale
b) Trouver la moyenne
c) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3, donner l'intervalle interquartile et l'écart interquartile, faire le diagramme en boîte
d) Calculer la variance V et l'écart type σ
e) Quel est le pourcentage de personne dont l'âge fait partie de l'intervalle [$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]
f) Quel est le pourcentage de personnes dont l'âge est supérieure ou égale à 50

Correction
1)

Pointure de chaussure	40	41	42	43	44	45	Total
Effectif	1	3	5	4	2	1	16
Fréquence en nombre à virgule	$\frac{1}{16}$=0,0625	$\frac{3}{16}$=0,1875	$\frac{5}{16}$=0,3125	$\frac{4}{16}$=0,25	$\frac{2}{16}$=0,125	$\frac{1}{16}$=0,0625	1
Fréquence en pourcentage	6 ,25%	18 ,75%	31,25%	25%	12,5%	6,25%	100%
Effectif cumulé croissant	1	4	9	13	15	16	
Angle	22,5°	67,5°	112,5°	90°	45°	22,5°	360°

Angle $\frac{1}{16}\times 360$=22,5°

b)L'étendue est 45–40=5 la classe modale est la classe ayant le plus grand effectif c'est-à-dire 42

c)m=$\frac{40\times 1+41\times 3+42\times 5+43\times 4+44\times 2+45\times 1}{16}$=42,375

d)médiane $\frac{16}{2}$=8 La médiane est donc la moyenne entre la 8$^{\text{ème}}$ et la 9$^{\text{ème}}$ valeur

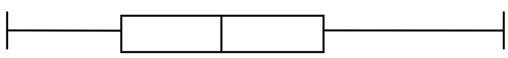
Il faut ranger les pointure par ordre croissant : 40, 41, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43, 43, 44, 44, 45, la 8$^{\text{ème}}$ valeur est 42, la 9$^{\text{ème}}$ valeur est 42, la moyenne entre 42 et 42 est 42, la médiane est donc 42

Recherche de Q1 : $\frac{1}{4}\times 16$=4 Q1 est la 4$^{\text{ème}}$ valeur c'est-à-dire 41

Recherche de Q3 : $\frac{3}{4}\times 16$=12 Q3 est la 12$^{\text{ème}}$ valeur c'est-à-dire 43

L'intervalle interquartile est [41 ;43], l'écart interquartile est Q3–Q1=43–41=2

Diagramme en boîte : 40 Q1=41 m=42 Q3=43 44 45



e)V= $\dfrac{n_1(\bar{x}-x_1)^2+n_2(\bar{x}-x_2)^2+...+n_p(\bar{x}-x_p)^2}{N}$ =

$\dfrac{1(42{,}375-40)^2+3(42{,}375-41)^2+5(42{,}375-42)^2+4(42{,}375-43)^2+2(42{,}375-44)^2+1(42{,}375-45)^2}{N}$ =

$\dfrac{5{,}64+5{,}67+0{,}70+1{,}56+5{,}28+6{,}89}{16}$ =1,609 $\sigma=\sqrt{V}=\sqrt{1{,}609}$ =1,27

f)[$\bar{x}-\sigma$; $\bar{x}+\sigma$]=[42,375–1,27 ; 42,375+1,27]=[41,105 ; 43,645] Il faut donc chercher les valeurs entières comprises dans cet intervalle, il n'y a que 42 et 43, soit un effectif de 9 donc un pourcentage de $\dfrac{9}{16}\times 100$=56,25%

i)Il y a 7 personnes dont la pointure est supérieure à 43, donc le pourcentage est $\dfrac{7}{16}\times 100$=43,75

Probabilités

Type 23.

1) Un jeu consiste à tirer une carte d'un jeu de 52 cartes, si on tire un as, on gagne 5 euros, si on tire un roi, une dame ou un valet on gagne 1 euro, dans les autres cas on perd 1 euro ; Soit X la variable aléatoire correspondant au gain, éventuellement négatif.
   a) Quelle sont les valeurs prises par X, calculer la loi de probabilité de X
   b) Quelle est l'espérance de X, le jeu est-il à l'avantage du joueur ou de l'organisateur ?
2) Une urne contient 12 boules. 6 boules sont vertes, cinq sont rouges et une est blanche. On tire au hasard une boule de l'urne. Soit X la variable aléatoire associée au gain ou à la perte selon la règle suivante : Si la boule tirée est verte on perd 3 euros, si la boule tirée est rouge, on gagne 1 euro, si la boule tirée est blanche, on gagne 10 euros.
   a) Quelle sont les valeurs prises par X, calculer la loi de probabilité de X
   b) Quelle est l'espérance de X, le jeu est-il à l'avantage du joueur ou de l'organisateur ?
3) Un jeu consiste à tirer un jeton dans un sac contenant 100 jetons numérotés de 1 à 100. Pour jouer, le joueur mise 2 euros. S'il il tire le jeton numéro 100 il gagne 25 euros, si le jeton est compris entre 95 et 99 il gagne 10 euros, si le jeton se termine par 5, il gagne 6 euros, dans les autres cas il ne gagne rien. On appelle X la variable aléatoire correspondant au gain (attention, un gain de 25 euros correspond une valeur de X de 25–2=23euros, ne rien gagner correspond X=–2)
   a) Quelle sont les valeurs prises par X, calculer la loi de probabilité de X
   b) Quelle est l'espérance de X, le jeu est-il à l'avantage du joueur ou de l'organisateur ?
4) On considère une roue partagée en 15 secteurs angulaires numérotés de 1 à 15. Ces secteurs sont de différentes couleurs. On fait tourner la roue qui s'arrête sur l'un des 15 secteurs dont on note le numéro. L'ensemble des éventualités est Ω ={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15}
   a) Déterminez la probabilité des événements :
      E : « Le numéro est multiple de 5 »
      F : « Le numéro n'est pas multiple de 5 »
      G : « Le numéro est pair et inférieur à 11 »
      E $\cap$ G ; E $\cup$ G
   b) Les secteurs 1 et 10 sont de couleur rouge, les secteurs 5 et 8 sont de couleur bleue, les secteurs 3, 7, 12 et 14 sont de couleur verte, les autres secteurs sont de couleur jaune. On définit la variable aléatoire X en associant à la couleur bleue le nombre 100, à la couleur rouge le nombre 30, à la couleur verte le nombre 10, et à la couleur jaune le nombre 0. Donner la loi de probabilité de X. Calculez l'espérance de X
5) On jette trois fois de suite une pièce de monnaie et on appelle « tirage » le résultat obtenu, ainsi (Face ; Pile ;Pile) est un tirage possible noté FPP.
   a) En supposant que ces tirages sont équiprobables, déterminez la probabilité pour que le deuxième jet de la pièce donne « Face ».
   b) A chaque tirage on associe 20 points pour « Pile » et 10 points pour « Face » et on note X la somme des points obtenus. Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

Correction

1)a)Les valeurs prises par X sont 5,1 et –1 donc X $\in$ {5, 1, –1}

Il y a 4 as sur 52 cartes donc p(X=5)= $\dfrac{4}{52}=\dfrac{1}{13}$

Il y a 4 rois, 4 dames, 4 valets ce qui fait 12 cartes sur 52 p(X=1)= $\dfrac{12}{52}=\dfrac{3}{13}$

Il y a 52–16=36 autres cartes, donc p(X=–1)= $\dfrac{36}{52}=\dfrac{9}{13}$

X	5	1	–1

p	$\frac{1}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{9}{13}$

b)L'espérance E(X)= $x_1\ p_1 + x_2\ p_2 + x_3\ p_{31}$=5$\times\frac{1}{13}$+1$\times\frac{3}{13}$+(–1) $\times\frac{9}{13} = \frac{5}{13}+\frac{3}{13}-\frac{9}{13} = -\frac{1}{13} \leq 0$ Donc le jeu est à l'avantage de l'organisateur.

Loi binomiale

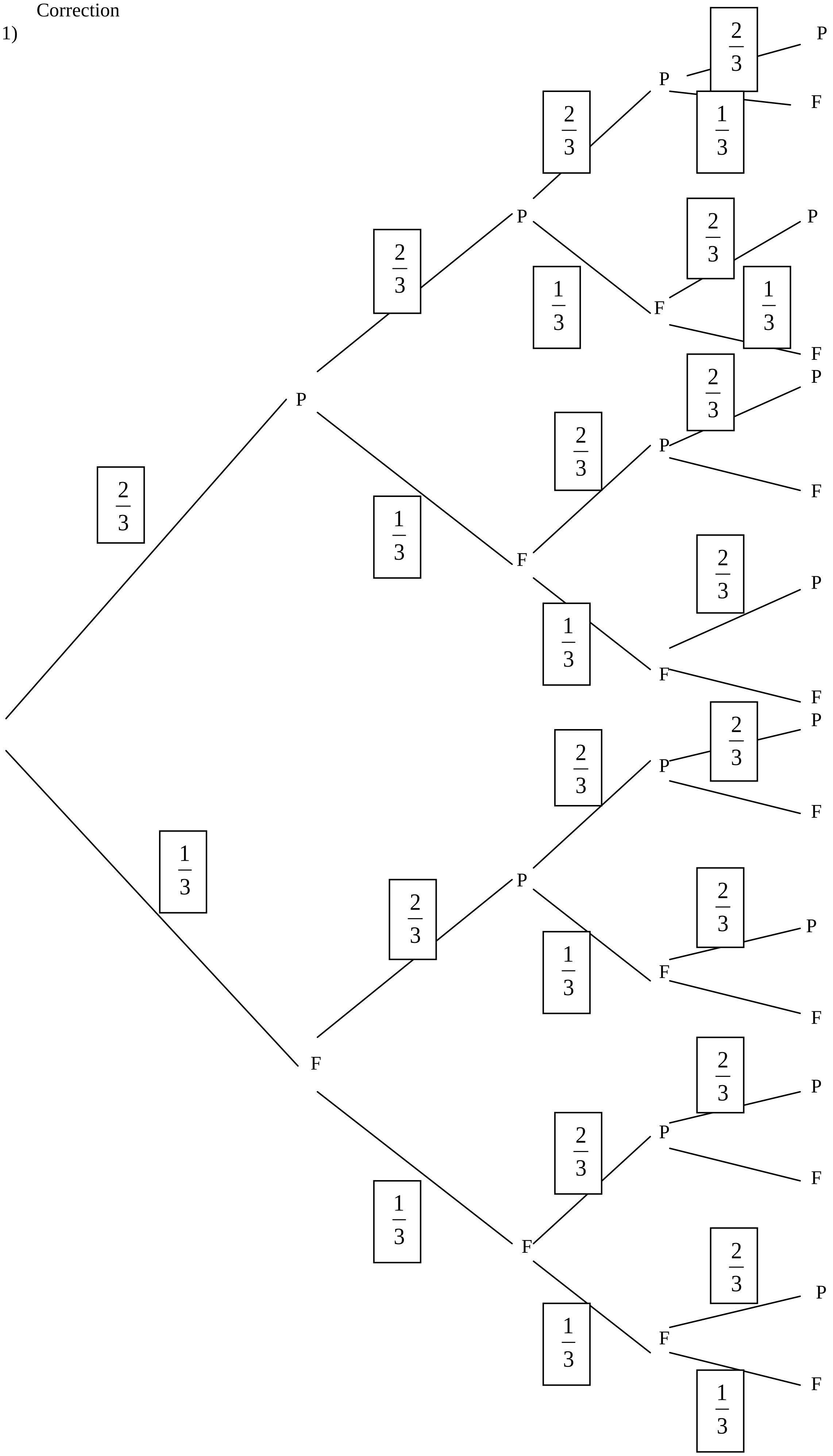
Type 24.

1) Une pièce truquée a une probabilité $\frac{2}{3}$ de tomber sur pile et $\frac{1}{3}$ de tomber sur face. On lance quatre fois de rang la pièce. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de pile obtenus. Quelles sont les valeurs prises par X, donner la loi de probabilité de X, que vaut l'espérance E(X)
2) Un joueur de tennis réussit son service avec la probabilité $\frac{3}{4}$, il engage cinq fois de rang. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de services réussis. Quelles sont les valeurs prises par X, donner la loi de probabilité de X que vaut l'espérance E(X) ?
3) La société qui imprime des tickets pour un jeu de grattage a reçu la consigne d'imprimer 5% de tickets gagnants. Ces tickets gagnants sont soigneusement mélangés avec les autres tickets qui sont perdants. Lorsqu'une personne achète un ticket, on note : G l'évenement « le ticket est gagnant » et P l'événement « le ticket est perdant ». Une personne achète 3 tickets.
   a) Quelle est la probabilité que les trois tickets achetés soient gagnants
   b) Justifier que la probabilité qu'un seul des trois tickets soit gagnant est égale à 0,135375
   c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tickets gagnants obtenus, donnez la loi de probabilité de X puis l'espérance E(X)
4) Un QCM est composé de 8 questions indépendantes. Pour chaque question quatre réponses sont proposées et une seule de ces quatre réponses est juste. Un candidat répond au hasard aux 8 questions de ce QCM. On appelle N le nombre de réponses justes qu'il obtient.
   a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire N
   b) Calculer p(N=8) et p(N=4)
   c) Donnez la loi de probabilité de N et donnez son espérance.
5) Dans une région pétrolifère, la probabilité qu'un forage conduise à une nappe de pétrole est 0,1. On effectue 9 forages. Calculerer la probabilité qu'au moins un forage conduise à une nappe de pétrole.
6) Un constructeur de composants produit des résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à 0,005. Dans un lot de 1000 résistances, quelle est la probabilité d'avoir
   a) Exactement deux résistances défectueuses ?
   b) Au plus deux résistances défectueuses ?
   c) Au moins deux résistances défectueuses ?

7) Une classe compte 30 élèves dont 20 filles. A chaque cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève de la classe, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés. On considère la variable aléatoire X qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de 7 jours consécutifs.
   a) Quelle est la loi de X ?
   b) Quelle est la probabilité que soient interrogées 4 filles exactement ? au moins 4 filles ?

Correction

1)



X prend les valeurs 4, 3, 2, 1 et 0

P(X=4)= $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$

2ème méthode, par la formule de la loi binomiale P(X=k)= $\binom{n}{k}\ p^k\ (1-p)^{n-k}$

P(X=4)= $\binom{4}{4}\ (\frac{2}{3})^4\ (1-\frac{2}{3})^{4-4}$ Or $\binom{4}{4}$=1 grace à la machine donc P(X=4)= 1 $(\frac{2}{3})^4\ (\frac{1}{3})^0=\frac{16}{81}$

P(X=3)=4$\times\ \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{32}{81}$

2ème méthode, par la formule de la loi binomiale P(X=k)= $\binom{n}{k}\ p^k\ (1-p)^{n-k}$

P(X=3)= $\binom{4}{3}\ (\frac{2}{3})^3\ (1-\frac{2}{3})^{4-3}$ Or $\binom{4}{3}$=4 grace à la machine donc P(X=3)=4$(\frac{2}{3})^3\ (\frac{1}{3})^1=\frac{32}{81}$

P(X=2)=6$\times\ \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{24}{81}$

2ème méthode, par la formule de la loi binomiale

P(X=2)= $\binom{4}{2}\ (\frac{2}{3})^2\ (1-\frac{2}{3})^{4-2}$ Or $\binom{4}{2}$=6 grace à la machine donc P(X=2)=6$(\frac{2}{3})^2\ (\frac{1}{3})^2=\frac{24}{81}$

P(X=1)=4$\times\ \frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{81}$

2ème méthode, par la formule de la loi binomiale

P(X=1)= $\binom{4}{1}\ (\frac{2}{3})^1\ (1-\frac{2}{3})^{4-1}$ Or $\binom{4}{1}$=4 grace à la machine donc P(X=1)=6$(\frac{2}{3})^1\ (\frac{1}{3})^3=\frac{8}{81}$

P(X=0)= $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

2ème méthode, par la formule de la loi binomiale

P(X=0)= $\binom{4}{0}\ (\frac{2}{3})^0\ (1-\frac{2}{3})^{4-0}$ Or $\binom{4}{0}$=1 grace à la machine donc P(X=0)=1$(\frac{2}{3})^0\ (\frac{1}{3})^4=\frac{1}{81}$

L'espérance d'une loi binomiale est E(X)=np=4$\times\ \frac{2}{3}=\frac{8}{3}$