Classes de 2° (2ème partie)

Type 1.

Compléter

1) $x \in [3; 5]$; $x^2 \in$ …..
2) $x \in [1; 4]$; $x^2 \in$ …..
3) $x \in [-5; -2]$; $x^2 \in$ …..
4) $x \in [-6; -1]$; $x^2 \in$ …..
5) $x \in [-2; 3]$; $x^2 \in$ …..
6) $x \in [-6; 2]$; $x^2 \in$ …..
7) $x \in [3; 7]$; $x^2 \in$ …..
8) $x \in [2; 3]$; $x^2 \in$ …..
9) $x \in [-4; -3]$; $x^2 \in$ …..
10) $x \in [-3; -1]$; $x^2 \in$ …..
11) $x \in [-3; 4]$; $x^2 \in$ …..
12) $x \in [-5; 2]$; $x^2 \in$ …..
13) $x \in [4; 8]$; $x^2 \in$ …..
14) $x \in [2; 6]$; $x^2 \in$ …..
15) $x \in [-5; -4]$; $x^2 \in$ …..
16) $x \in [-3; 0]$; $x^2 \in$ …..
17) $x \in [-7; 4]$; $x^2 \in$ …..
18) $x \in [-1; 2]$; $x^2 \in$ …..

Correction

1) $x \in [3; 5]$ donc $3 \le x \le 5$ or la fonction carrée est croissante sut $[0,+\infty[$ donc en élevant au carré, le sens de l'inégalité ne change pas, $3^2 \le x^2 \le 5^2$ donc $9 \le x^2 \le 25$, $x^2 \in [9; 25]$

Type 2.

1) Soit $f(x)= x^2-2x-3$, démontrer que $f(x)=(x+1)(x-3)$ puis que $f(x)=(x-1)^2 - 4$ et trouver lx forme de f lx plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(-1)$, $f(1)$
2) Soit $f(x)= x^2-4x+3$, démontrer que $f(x)=(x-1)(x-3)$ puis que $f(x)=(x-2)^2 - 1$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$
3) Soit $f(x)= x^2+6x+8$, démontrer que $f(x)=(x+2)(x+4)$ puis que $f(x)=(x+3)^2 - 1$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(-3)$, $f(-4)$
4) Soit $f(x)= x^2-3x-4$, démontrer que $f(x)=(x+1)(x-4)$ puis que $f(x)=(x-\frac{3}{2})^2 - \frac{25}{4}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(\frac{3}{2})$, $f(4)$
5) Soit $f(x)= x^2-x-2$, démontrer que $f(x)=(x+1)(x-2)$ puis que $f(x)=(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$
6) Soit $f(x)= x^2+3x+2$, démontrer que $f(x)=(x+1)(x+2)$ puis que $f(x)=(x+\frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(1)$, $f(-\frac{3}{2})$, $f(-1)$
7) Soit $f(x)= x^2-5x+4$, démontrer que $f(x)=(x-1)(x-4)$ puis que $f(x)=(x-\frac{5}{2})^2 - \frac{9}{4}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(\frac{5}{2})$, $f(4)$
8) Soit $f(x)= x^2+x-6$, démontrer que $f(x)=(x-2)(x+3)$ puis que $f(x)=(x+\frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(2)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(0)$
9) Soit $f(x)= 2x^2+4x-6$, démontrer que $f(x)=2(x-1)(x+3)$ puis que $f(x)=2(x+1)^2 - 8$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(-1)$, $f(-3)$
10) Soit $f(x)= 2x^2-8x+6$, démontrer que $f(x)=2(x-1)(x-3)$ puis que $f(x)=2(x-2)^2 - 2$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(1)$
11) Soit $f(x)= 3x^2-6x-9$, démontrer que $f(x)=3(x+1)(x-3)$ puis que $f(x)=3(x-1)^2 - 12$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$
12) Soit $f(x)= -2x^2+4x+6$, démontrer que $f(x)= -2(x+1)(x-3)$ puis que $f(x)= -2(x-1)^2 + 8$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(3)$, $f(-1)$, $f(1)$
13) Soit $f(x)= -x^2+2x+3$, démontrer que $f(x)= -(x+1)(x-3)$ puis que $f(x)= -(x-1)^2 + 4$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer $f(1)$, $f(-1)$, $f(0)$

14) Soit f(x)= $-x^2+4x-3$, démontrer que f(x)= $-(x-1)(x-3)$ puis que f(x)= $-(x-2)^2+1$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer f(0), f(2), f(1)

15) Soit f(x)= $2x^2-2x-4$, démontrer que f(x)=$2(x-2)(x+1)$ puis que f(x)=$2(x-\frac{1}{2})^2-\frac{17}{2}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer f($\frac{1}{2}$), f(–1), f(1)

16) Soit f(x)= $2x^2+2x-12$, démontrer que f(x)=$2(x+3)(x-2)$ puis que f(x)=$2(x+\frac{1}{2})^2-\frac{25}{2}$ et trouver la forme de f la plus adaptée pour calculer f(–3), f($-\frac{1}{2}$), f(1)

Correction : Il faut partir de l'expression d'arrivée et développer pour retrouver l'expression de départ :

1)$(x+1)(x-3) = x^2-3x+x-3= x^2-2x-3$=f(x) $(x-1)^2-4 = x^2-2x+1-4 = x^2-2x-3$ =f(x)

f(x)= x^2-2x-3 donc f(0)= $0^2-2\times0-3= -3$

f(x)=$(x+1)(x-3)$ donc f(–1)=$(-1+1)\times(-1-3) = 0\times(-4)=0$

f(x))=$(x-1)^2-4$ donc f(1)=$(1-1)^2-4=(0)^2-4=-4$

Type 3.

1) Soit f(x) = x^2-4x+1
   a) Montrer que f(x) = $-3+(x-2)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est croissante sur $[2;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;2]$
   d) Faire le tableau de variation de f

2) Soit f(x) = x^2-2x+5
   a) Montrer que f(x) = $4+(x-1)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est croissante sur $[1+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;1]$
   d) Faire le tableau de variation de f

3) Soit f(x) = x^2+x+2
   a) Montrer que f(x) = $\frac{7}{4}+(x+\frac{1}{2})^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est croissante sur $[-\frac{1}{2};+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;-\frac{1}{2}]$
   d) Faire le tableau de variation de f

4) Soit f(x) = x^2-3x+2
   a) Montrer que f(x) = $-\frac{1}{4}+(x-\frac{3}{2})^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est croissante sur $[\frac{3}{2};+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;\frac{3}{2}]$
   d) Faire le tableau de variation de f

5) Soit f(x) = $-x^2+4x+3$
   a) Montrer que f(x) = $7-(x-2)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est décroissante sur $[2;+\infty[$ et croissante sur $]-\infty;2]$
   d) Faire le tableau de variation de f

6) Soit f(x) = $-x^2-2x+3$
   a) Montrer que f(x) = $4-(x+1)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est décroissante sur $[-1;+\infty[$ et croissante sur $]-\infty;-1]$
   d) Faire le tableau de variation de f

7) Soit f(x) = $4x^2-4x+6$
   a) Montrer que f(x) = $5+(2x-1)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?
   c) Démontrer que f est croissante sur $[\frac{1}{2};+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;\frac{1}{2}]$
   d) Faire le tableau de variation de f

8) Soit f(x) = $9x^2+6x-2$
   a) Montrer que f(x) = $-3+(3x+1)^2$
   b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?

c) Démontrer que f est croissante sur $[-\frac{1}{3}\,;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\,;-\frac{1}{3}]$

d) Faire le tableau de variation de f

9) Soit $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$

a) Montrer que $f(x) =- 1 + 2(x-1)^2$

b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?

c) Démontrer que f est croissante sur $[1;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\,;1]$

d) Faire le tableau de variation de f

10) Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$

a) Montrer que $f(x) = - 5 + 2(x-3)^2$

b) En déduire que f admet un extrémum et dire en quelle valeur est–il atteint ?

c) Démontrer que f est croissante sur $[3;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\,;3]$

d) Faire le tableau de variation de f

Correction

1)a) $-3 + (x-2)^2= -3 + x^2-2\times x\times 2+ 2^2= -3 + x^2-4x+ 4= x^2 - 4x + 1=f(x)$

b) $f(x) = -3 + (x-2)^2$ or un carré est toujours positif donc $(x-2)^2 \geq 0$ donc $-3 + (x-2)^2 \geq -3$ donc f admet un minimum qui est 3 il est atteint si $(x-2)^2= 0$ ou $x-2=0$ ou $x=2$, il est atteint en $x=2$

c) pour $2 \leq a \leq b$ Ajoutons -2 à chaque membre de l'inéquation

$2-2 \leq a-2 \leq b-2$

$0 \leq a-2 \leq b-2$ Or la fonction carrée est croissante sur $[0,+\infty[$ donc

$0^2 \leq (a-2)^2 \leq (b-2)^2$ Ajoutons -2 à chaque membre de l'inéquation

$-3+0^2 \leq -3+ (a-2)^2 \leq -3+ (b-2)^2$

$-3 \leq f(a) \leq f(b)$

Le sens de l'inéalité n'a pas changé donc f est croissante sur $[2;+\infty[$

d)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	↘	-3	↗

Type 4.

Résoudre les inéquations suivantes et donner la solution sous forme d'intervalle

Modèle 1

1) $(2x - 1)(2x + 3) \geq (2x - 1)(x + 5)$

2) $(2x - 4)(2x + 3) \geq (2x + 3)(3x - 1)$

3) $(3x - 1)(2x - 3) \leq (x + 4)(3x - 1)$

4) $(x + 1)(2x + 2) \leq (4x - 1)(x + 1)$

5) $3(2x - 1)(2x + 1) \geq 2(2x - 1)(x - 1)$

6) $3(x - 4)(2x - 3) > 2(4x + 3)(x - 4)$

7) $5(2x - 2)(x - 1) < 2(4x + 3)(x - 1)$

8) $2(2x + 3)(2x + 5) < 3(2x + 3)(3x + 1)$

9) $3(x - 1)(4x + 3) \geq 2(4x + 3)(2x - 7)$

Modèle 2

10) $(2x - 1)^2 \leq (2x - 1)(x + 2)$

11) $(2x + 3)^2 \leq (3x - 1)(2x + 3)$

12) $(3x - 1)^2 \geq (3x - 1)(x - 3)$

13) $3(2x + 1)^2 \geq 2(2x + 1)(4x + 4)$

14) $4(x - 1)^2 < 2(3x - 2)(x - 1)$

15) $2(3x +1)^2 > 3(3x + 1)(x - 5)$

Modèle 3

16) $(2x + 3)^2 \geq 4$

17) $(2x - 1)^2 \geq 9$

18) $(x + 3)^2 \leq 16$

19) $(3x - 4)^2 \leq 25$

20) $(3x + 2)^2 \geq (x + 4)^2$

21) $(2x - 1)^2 \geq (x + 3)^2$

22) $(3x - 2)^2 \leq (x - 1)^2$

23) $(2x + 3)^2 \leq (x - 4)^2$

24) $(x - 2)^2 \geq (2x + 1)^2$

25) $9(x - 1)^2 \geq 4(x - 3)^2$

26) $16(x + 2)^2 < 9(2x + 1)^2$

27) $4(x - 1)^2 < 25((x + 2)^2$

28) $4(x + 1)^2 > 16(x - 2)^2$

29) $9(x - 2)^2 > 16(x - 3)^2$

30) $4(x + 2)^2 < 9(x - 2)^2$

31) $25(x - 1)^2 < 16(x + 2)^2$

Modèle 4

32) $4x^2 - 9 \geq (2x + 3)(x - 1)$

33) $9x^2 - 4 \geq (4x - 2)(3x + 2)$

34) $9x^2 - 16 \leq (x - 2)(3x + 4)$

35) $4x^2 - 1 \leq (2x - 1)(3x + 1)$

36) $16x^2 -9 > (x + 2)(4x - 3)$

37) $25x^2 -1 < (x - 3)(5x + 1)$

Modèle 5

38) $(4x + 2)(x + 1) \geq (2x + 1)(x - 3)$

39) $(3x - 2)(2x + 6) \geq (x + 1)(x + 3)$

40) $(4x - 6)(x + 1) \leq (2x - 3)(x - 2)$

41) $(3x - 3)(x - 2) \leq (2x + 1)(x - 1)$

42) $(x + 2)(x + 3) \geq (2x + 4)(x - 3)$

43) $(3x + 1)(2x - 1) \geq (x - 3)(4x - 2)$

44) $(x + 2)(3x - 2) \leq (2x + 4)(x - 2)$

45) $(3x + 1)(2x - 1) < (x + 2)(6x + 2)$

46) $(x - 2)(2x - 3) > (2x - 1)(3x - 6)$

Correction

1) $(2x - 1)(2x + 3) \geq (2x - 1)(x + 5)$

$(2x - 1)(2x + 3) - (2x - 1)(x + 5) \geq 0$

$(2x - 1)[(2x + 3) - (x + 5)] \geq 0$

$(2x - 1)[2x + 3 - x - 5)] \geq 0$

$(2x - 1)[x - 2] \geq 0$

On doit résoudre les deux équations $2x - 1=0$ $x - 2=0$

$2x=1$ $x=2$

x= $\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
2x – 1		–	0	+		+	
x – 2		–		–	0	+	
(2x – 1)[x – 2]		+	0	–	0	+	

Comme on doit résoudre (2x – 1)[x – 2] ≥ 0 je retiens les zones du tableau comportant un signe +

$S =]-\infty ; \frac{1}{2}] \cup [2 ; +\infty[$

Type 5.

1) Soit f(x)= x^2–4x+1, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
2) Soit f(x)= x^2–2x+3, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
3) Soit f(x)= –x^2+8x+2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
4) Soit f(x)= x^2+4x+2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
5) Soit f(x)= –x^2–6x+2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
6) Soit f(x)= x^2+6x–1, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
7) Soit f(x)= 2x^2–4x+3, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
8) Soit f(x)= –2x^2+x–3, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
9) Soit f(x)= 2x^2+8x–3, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
10) Soit f(x)= –x^2+6x+1, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
11) Soit f(x)= 3x^2–6x+2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
12) Soit f(x)= 2x^2–3x–2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
13) Soit f(x)= –x^2–3x+2, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation
14) Soit f(x)= –3x^2+2x–1, trouver a, α , β puis écrire la forme canonique, la vérifier et faire le tableau de variation

Correction

1)f(x)= x^2–4x+1 donc a=1 b= –4 c=1 donc a=1, $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2\times 1}$ =2, β =f(α)=f(2)= 2^2–4$\times$2+1=4–8+1= –3

a=1>0

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f(x)	$\searrow$	β	$\nearrow$

Donc

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	$\searrow$	–3	$\nearrow$

f(x)=a(x– α)^2+ β =1(x–2)^2+(–3)= (x–2)^2–3

Vérification : (x–2)^2–3= x^2–2$\times$x$\times$2+ 2^2–3= x^2–4x+ 4–3= x^2–4x+1=f(x)

Type 6.

1) Soit f(x)= x^2–2x–2
   a) Calculer f(1), f(2), f(3), f(4), f(–2), f(–1), f(0) et tracer f dans un repère
   b) Trouver la forme canonique de f et faire le tableau de variation
   c) Résoudre f(x) ≤ 1 graphiquement
   d) Démonter que f(x) ≤ 1 équivaut à x^2–2x–3≤ 0
   e) Démontrer que x^2–2x–3= (x+1)(x–3) et trouver le signe de (x+1)(x–3)
   f) En déduire les solutions de f(x) ≤ 1
2) Soit f(x)= x^2–6x+7
   a) Calculer f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(6), f(0) et tracer f dans un repère
   b) Trouver la forme canonique de f et faire le tableau de variation

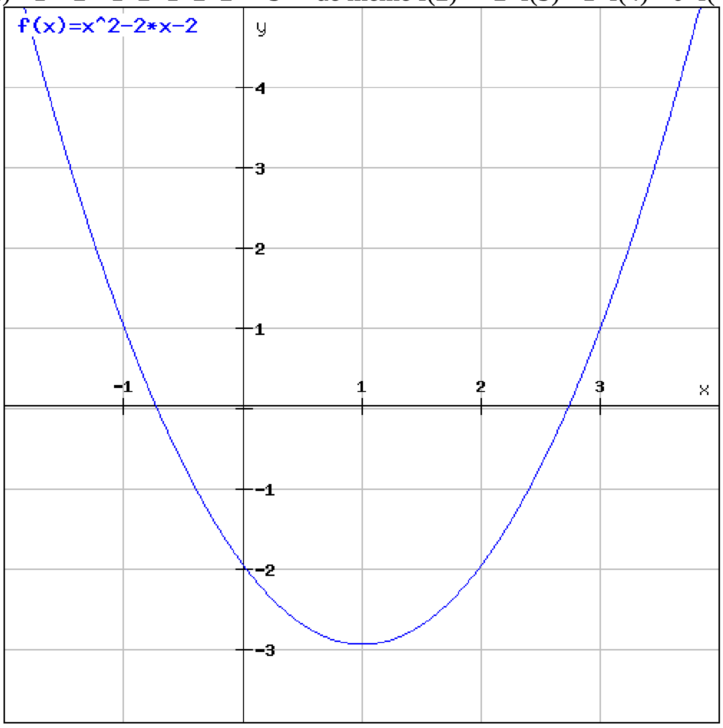
c) Résoudre $f(x) \le 2$ graphiquement
d) Démonter que $f(x) \le 2$ équivaut à $x^2-6x+5 \le 0$
e) Démontrer que $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$ et trouver le signe de $(x-1)(x-5)$
f) En déduire les solutions de $f(x) \le 2$

3) Soit $f(x)=-x^2+4x-2$
a) Calculer f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(–1), f(0) et tracer f dans un repère
b) Trouver la forme canonique de f et faire le tableau de variation
c) Résoudre $f(x) \le 1$ graphiquement
d) Démonter que $f(x) \le 1$ équivaut à $-x^2+4x-3 \le 0$
e) Démontrer que $-x^2+4x-3=(-x+1)(x-3)$ et trouver le signe de $(-x+1)(x-3)$
f) En déduire les solutions de $f(x) \le 1$

4) Soit $f(x)=-x^2+6x-6$
a) Calculer f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(6), f(0) et tracer f dans un repère
b) Trouver la forme canonique de f et faire le tableau de variation
c) Résoudre $f(x) \ge -1$ graphiquement
d) Démonter que $f(x) \ge -1$ équivaut à $-x^2+6x-5 \ge 0$
e) Démontrer que $-x^2+6x-5=(-x+1)(x-5)$ et trouver le signe de $(-x+1)(x-5)$
f) En déduire les solutions de $f(x) \ge -1$

Correction

1)a)$f(1)=1^2-2\times1-2=1-2-2=-3$ de même $f(2)=-2$ $f(3)=1$ $f(4)=6$ $f(-2)=6$ $f(-1)=1$ $f(0)=-2$



b)$f(x)=x^2-2x-2$donc a=1 b= –2 c= –2 donc a=1, $\alpha=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2}{2\times1}=1$, $\beta=f(\alpha)=f(1)=1^2-2\times1-2=1-2-2=-3$

a=1>0

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)		↘	-3	↗	

c)$f(x) \le 1$ Il suffit de prendre les points de la courbe situés en dessous de la droite y=1, S=[–1,3]
d) $f(x) \le 1$ donc $x^2-2x-2 \le 1$ donc $x^2-2x-2-1 \le 0$donc $x^2-2x-3 \le 0$
e) $(x+1)(x-3)=x^2-3x+x-3=x^2-2x-3$

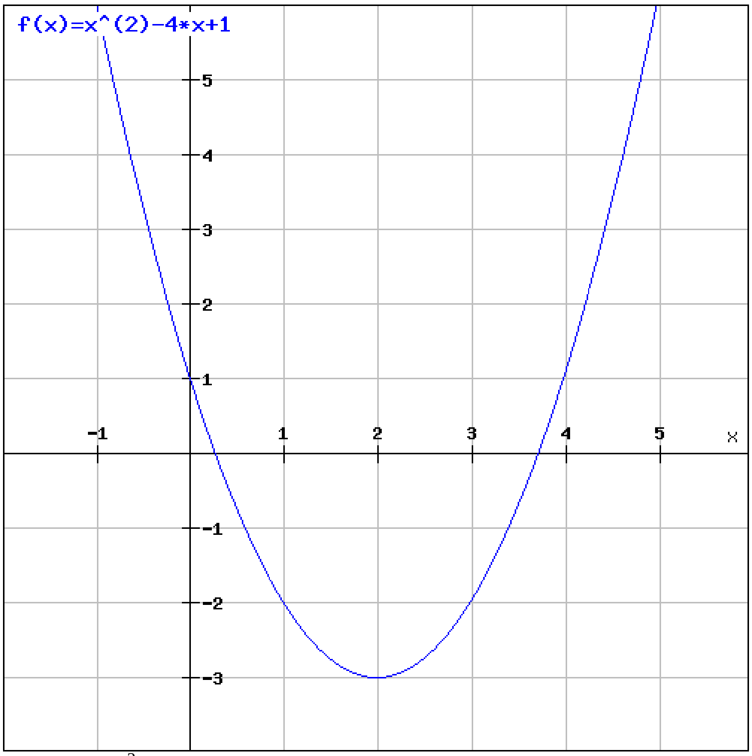
x+1=0 x–3=0
x= –1 x=3

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		–	0	+		+	
$x-3$		–		–	0	+	
$(x+1)(x-3)$		+	0	–	0	+	

f) $f(x) \le 1$ donc d'après la question d) $x^2-2x-3 \le 0$ donc d'après la question e) $(x+1)(x-3) \le 0$
Il suffit de retenir les zones du tableau comportant un signe – donc S=[–1 ;3]

Type 7.

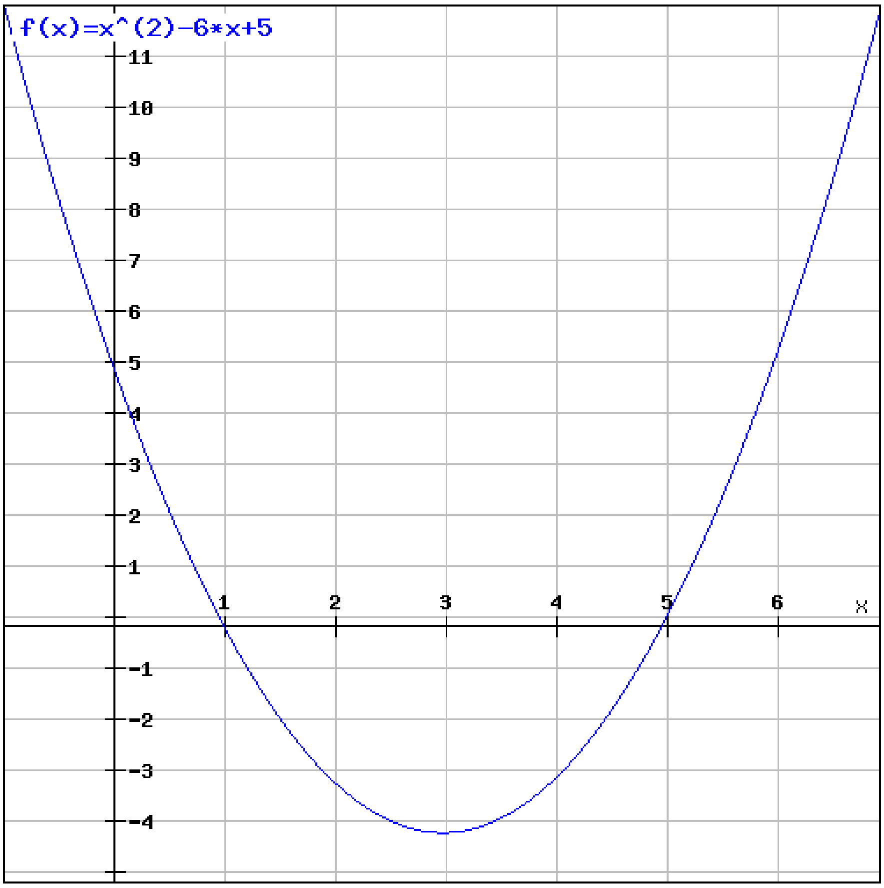
1)



Soit f(x)= x^2 –4x+1 dont la courbe est tracée ci-dessus

a) Faire le tableau de variation de f, quel est le minimum de f et en quelle valeur est-il atteint
b) Soit g(x)=x–3 tracer g dans le repère ci-dessus
c) Résoudre graphiquement f(x)=g(x), f(x) $\leq$ g(x), f(x) $\geq$ g(x)
d) Démontrer que f(x) $\leq$ g(x) équivaut à $x^2 -5x+4 \leq 0$
e) Démontrer que $x^2 -5x+4=(x-1)(x-4)$
f) En déduire par le calcul la solution de f(x) $\leq$ g(x)

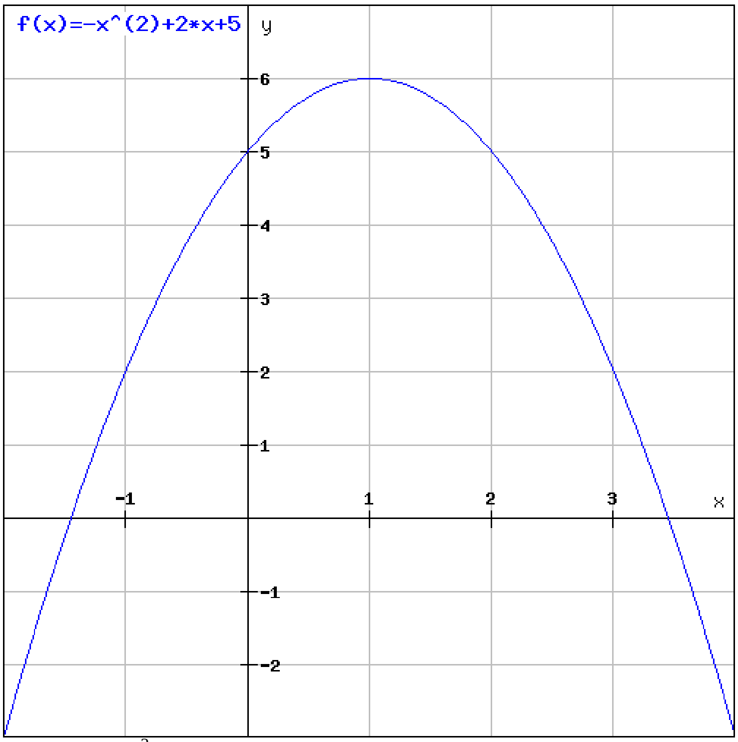
2)



Soit f(x)= x^2-6x+5 dont la courbe est tracée ci-dessus

a) Faire le tableau de variation de f, quel est le minimum de f et en quelle valeur est-il atteint
b) Soit g(x)=x–1 tracer g dans le repère ci-dessus
c) Résoudre graphiquement f(x)=g(x), f(x) $\leq$ g(x), f(x) $\geq$ g(x)
d) Démontrer que f(x) $\leq$ g(x) équivaut à $x^2-7x+6\leq 0$
e) Démontrer que $x^2-7x+6=(x-1)(x-6)$
f) En déduire par le calcul la solution de f(x) $\leq$ g(x)

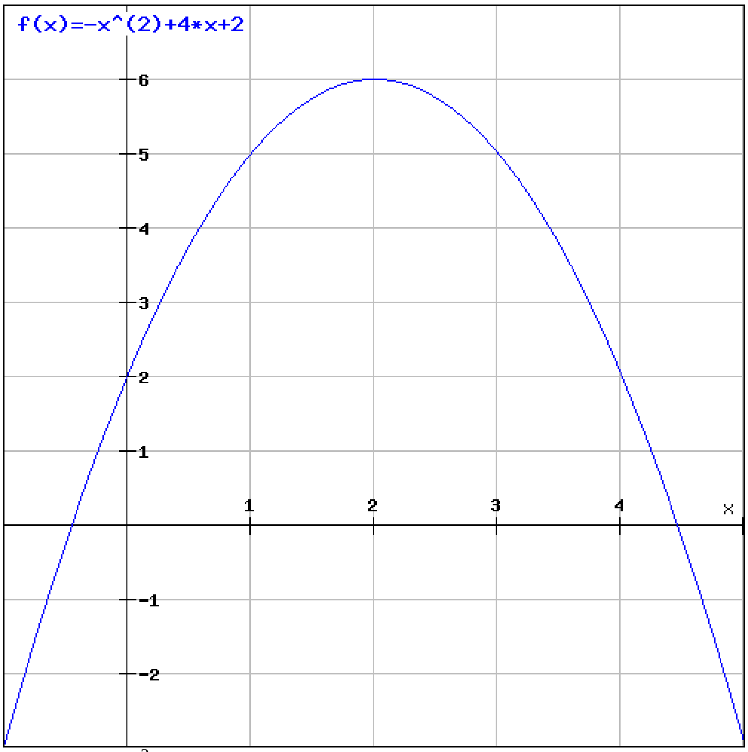
3)



Soit f(x)= $-x^2+2x+5$ dont la courbe est tracée ci-dessus

a) Faire le tableau de variation de f, quel est le minimum de f et en quelle valeur est-il atteint
b) Soit g(x)=x+3 tracer g dans le repère ci-dessus
c) Résoudre graphiquement f(x)=g(x), f(x) $\leq$ g(x), f(x) $\geq$ g(x)
d) Démontrer que f(x) $\leq$ g(x) équivaut à $-x^2+x+2\leq 0$
e) Démontrer que $-x^2+x+2=(x+1)(x-2)$
f) En déduire par le calcul la solution de f(x) $\leq$ g(x)

4)



Soit f(x)= $-x^2+4x+2$ dont la courbe est tracée ci-dessus

a) Faire le tableau de variation de f, quel est le minimum de f et en quelle valeur est-il atteint
b) Soit g(x)= $-x+6$ tracer g dans le repère ci-dessus
c) Résoudre graphiquement f(x)=g(x), f(x) $\le$ g(x), f(x) $\ge$ g(x)
d) Démontrer que f(x) $\le$ g(x) équivaut à $-x^2+5x-4\le 0$
e) Démontrer que $-x^2+5x-4=(x-4)(x-1)$
f) En déduire par le calcul la solution de f(x) $\le$ g(x)

Correction
a)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f(x)		↘	-3	↗	

f admet un minimum qui est 3 et il est atteint en x=2

b)Pour tracer g, il suffit de calculer : g(1)= 1–3= –2
g(2)= 2–3= –1
g(3)= 3–3= 0
g(4)= 4–3= 1 et de reporter les points ainsi obtenus sur le repère pour obtenir une droite

c)Pour résoudre f(x)=g(x), il suffit de prendre les points de rencontre des deux courbes S={1,4}
Pour résoudre f(x) $\le$ g(x), il suffit de prendre les points de la courbe f situés au dessous des points de la courbe g S=[1,4]
Pour résoudre f(x) $\ge$ g(x), il suffit de prendre les points de la courbe f situés au dessus des points de la courbe g
$S=]-\infty;1]\cup[4;+\infty[$

d)f(x) $\le$ g(x) équivaut à $x^2-4x+1\le x-3$
$x^2-4x+1-x+3\le 0$
$x^2-5x+4\le 0$

e)$(x-1)(x-4)= x^2-4x-x+4= x^2-5x+4$

f) f(x) $\le$ g(x) équivaut d'après la question d) à $x^2-5x+4\le 0$
ce qui équivaut d'après la question e) à $(x-1)(x-4)\le 0$
Il suffit de faire un tableau de signe

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$x-1$		–	0	+		+	
$x-4$		–		–	0	+	
$(x-1)(x-4)$		+	0	–	0	+	

Je retiens les zones du tableau contenant un signe – donc S=[1,4]

Type 8.
Compléter

1) $a\in[3;5]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
4) $a\in[-5;-3]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
7) $a\in[-3;-1]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
10) $a\in[0,1;0,5]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
2) $a\in[1;4]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
5) $a\in[2;5]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
8) $a\in[-3;-0,5]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
11) $a\in[-2;-0,1]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
3) $a\in[-4;-2]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
6) $a\in[0,5;3]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
9) $a\in[1;2]$; $\frac{1}{a}\in$ …..
12) $a\in[-1;-0,5]$; $\frac{1}{a}\in$ …..

Type 9.
1) Donner l'ensemble de définition des expressions
2) Ecrire les expressions sous la forme d'un seul quotient

1) $2+\frac{2x-1}{x+2}$
2) $2x-3+\frac{2x+3}{x-2}$
3) $3x+1-\frac{2x+3}{2x-1}$
4) $2x+3-\frac{4x-1}{x-1}$
5) $\frac{x-1}{2}+\frac{2x+1}{x+3}$
6) $\frac{2x-1}{x+1}-\frac{x-2}{3}+\frac{x}{3(x+1)}$
7) $\frac{x-1}{x}-\frac{3x-5}{2x}$
8) $\frac{2x-3}{x+1}-\frac{x+1}{x-2}+2$
9) $\frac{3x-5}{2x}-\frac{2x+4}{x}$
10) $\frac{3x-5}{2x}-\frac{x-1}{x^2}+\frac{2x-3}{2}$
11) $\frac{2x+1}{x-3}+x-1$
12) $\frac{3x-5}{4x^2}-\frac{x-2}{2x}+\frac{2x+1}{x}$
13) $\frac{2x+1}{2x^2-4x}-\frac{3x-5}{2x}$
14) $\frac{2x-3}{x+1}+\frac{3x+1}{x^2-1}$
15) $\frac{2x+1}{x-2}-\frac{x-1}{x^2-4}+1$
16) $\frac{3x+1}{4x^2-1}-\frac{x+3}{2x-1}$
17) $\frac{3x+1}{x^2-9}+\frac{2x+1}{x-3}-\frac{x+1}{x+3}$
18) $\frac{2x+1}{x-2}-\frac{3x+1}{x^2-4}+\frac{x-3}{x+2}$
19) $\frac{x+1}{(x-1)^2}-\frac{x+3}{x-1}+2$
20) $\frac{2x+1}{3x-1}-\frac{3x+1}{9x^2-1}+\frac{x-1}{3x+1}$

Type 10.

Donner l'ensemble de définition, résoudre les inéquations, donner la solution sous forme d'intervalle

Modèle 1

1) $\frac{4x+3}{x-2} \geq 2$ 3) $\frac{x+6}{2x+3} \leq 2$ 5) $\frac{3x+1}{2x-5} \geq 2$ 7) $\frac{x^2+1}{x+3} \leq x-2$ 9) $\frac{2x^2-1}{x+2} \geq 2x+1$

2) $\frac{x+2}{2x-1} \geq 3$ 4) $\frac{2x-3}{3x+1} \leq 1$ 6) $\frac{3x+2}{x+2} \leq 1$ 8) $\frac{2x^2+1}{2x-3} \leq x+1$ 10) $\frac{4x^2-1}{2x+2} \geq 2x-1$

Modèle 2

11) $\frac{x-1}{2x+1} \geq \frac{3}{2}$ 13) $\frac{2x-3}{x-1} \leq \frac{2}{3}$ 15) $\frac{2x-3}{2x-1} \geq \frac{x-2}{x+1}$ 17) $\frac{2x+1}{2x+3} \leq \frac{x+2}{x-2}$ 19) $\frac{3x-1}{x-2} \leq \frac{3x+2}{x-1}$

12) $\frac{x+1}{2x+3} \geq \frac{1}{3}$ 14) $\frac{x+1}{x+3} \geq \frac{x-1}{x+2}$ 16) $\frac{2x-1}{x-2} \leq \frac{2x+1}{x-1}$ 18) $\frac{4x-1}{2x+1} \geq \frac{2x-1}{x+1}$

Modèle 3

20) $\frac{2x^2+x-6}{x-1} \geq x+2$ 22) $\frac{2x^2+x-3}{x+2} \geq x-1$ 24) $\frac{2x^2+x+4}{x+1} \geq -2x+3$

21) $\frac{2x^2-x-11}{x+1} \leq x-2$ 23) $\frac{2x^2-3x-7}{x+2} \leq -2x+1$

Type 11.

1) f(x)= $\frac{2x-1}{x-1}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $2 + \frac{1}{x-1}$
   c) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; 1[$ et décroissante sur $]1; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

2) f(x)= $\frac{x+1}{x-1}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $1 + \frac{2}{x-1}$
   c) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; 1[$ et décroissante sur $]1; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

3) f(x)= $\frac{3x+7}{x+2}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $3 + \frac{1}{x+2}$
   c) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; -2[$ et décroissante sur $]-2; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

4) f(x)= $\frac{2x+3}{x+2}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $2 - \frac{1}{x+2}$
   c) Démontrer que f est croissante sur $]-\infty ; -2[$ et croissante sur $]-2; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

5) f(x)= $\frac{3x-4}{x-2}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $3 + \frac{2}{x-2}$
   c) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; 2[$ et décroissante sur $]2; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

6) f(x)= $\frac{2x-5}{x-2}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $2 - \frac{1}{x-2}$
   c) Démontrer que f est croissante sur $]-\infty ; 2[$ et croissante sur $]2; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

7) f(x)= $\frac{4x-1}{2x-1}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $2 + \frac{1}{2x-1}$
   c) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; \frac{1}{2}[$ et décroissante sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

8) f(x)= $\frac{2x-4}{2x-1}$
   a) Donner l'ensemble de définition de f
   b) Démontrer que f(x)= $1 - \frac{3}{2x-1}$
   c) Démontrer que f est croissante sur $]-\infty ; \frac{1}{2}[$ et croissante sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$
   d) Faire le tableau de variation de f

Type 12.

1) A(0,2), B(3,4), C(5,4), D(2,2) Démontrer que ABCD est un parallèlogramme
2) B(–2,0), E(1,3), C(4,2), D(1, –1) Démontrer que BECD est un parallèlogramme
3) C(1,2), A(3,3), D(4,2), E(2,1) Démontrer que CADE est un parallèlogramme
4) E(–1,1), B(3,2), C(2, –1), A(–2,– 2) Démontrer que EBCA est un parallèlogramme

5) A(–1,1), F(0, $\frac{5}{2}$), B(4,2), E(3, $\frac{1}{2}$) Démontrer que AFBE est un parallèlogramme

6) D(–$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$), E(C,2), C(3, $\frac{7}{5}$), A(1, –1) Démontrer que DECA est un parallélogramme

7) C($\frac{1}{2}$,2), A($\frac{5}{2}$,3), D(4,2), E(2,1) Démontrer que CADE est un parallélogramme

8) E(–1,1), B(3,2), C(2, $\frac{1}{4}$), A(–2,– $\frac{3}{4}$) Démontrer que EBCA est un parallélogramme

Correction

1)Il suffit de prouver que [AC] et [BD] ont même milieu

Soit I le milieu de [AC] $x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0+5}{2} = \frac{5}{2}$ $y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2}$ =3 Donc I($\frac{5}{2}$;3)

Soit J le milieu de [BD] $x_J = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ $y_J = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2}$ =3 Donc J($\frac{5}{2}$;3)

I et J sont confondus donc [AC] et [BD] ont même milieu donc ABCD est un parallélogramme

Type 13.

1) Soit A(1 ;3) B(2 ;5) C(4 ; 4) Démontrer que ABC est un triangle rectangle isocèle
2) Soit C(2 ;0) D(1 ;3) E(4 ; 4) Démontrer que CDE est un triangle rectangle isocèle
3) Soit A(–2 ; –1) C(–1 ;3) D(2 ; –2) Démontrer que ACD est un triangle rectangle isocèle
4) Soit B(2 ; –1) C(–1 ;1) D(1 ; 4) Démontrer que BCD est un triangle rectangle isocèle
5) Soit A(–1 ; –3) E(3;–1) D(1 ; 3) Démontrer que AED est un triangle rectangle isocèle

Correction

1)Calculons les longueurs de côtés du triangle par la formule

AB= $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

BC= $\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

AC= $\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

AB=BC donc ABC est un triangle isocèle, pour démontrer qu'il est rectangle, utilisons la réciproque de pythagore

AC ^{2} = $\sqrt{10}$ ^{2} =10 AB ^{2} + BC ^{2} = $\sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^2$ = 5 + 5=10

On a AC ^{2} = AB ^{2} + BC ^{2} donc d'après la réciproque du théorème de pythagore, ABC est rectangle en B

Type 14.

1) Soit A(1 ;3) B(2 ;5) C(3 ; 5) Trouver les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallèlogramme
2) Soit A(–2 ;3) C(2 ;6) D(3 ; 2) Trouver les coordonnées de E tel que ACDE soit un parallèlogramme
3) Soit C(–1 ; –2) D(4 ;1) E(0 ; 5) Trouver les coordonnées de A tel que CDAE soit un parallèlogramme
4) Soit D(1 ;3) B((–1 ; –2) C(5 ; 4) Trouver les coordonnées de A tel que DBAC soit un parallèlogramme

Correction

1)Il faut que [AC] et [BD], calculons les coordonnées du milieu I de [AC]

$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2}$ =2 $y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2}$ =4 Donc I(2 ;4)

D est donc le symétrique de B par rapport à I, écrivons le fait que I soit le milieu de [BD]

$x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \Leftrightarrow 2 = \frac{2 + x_D}{2} \Leftrightarrow 2\times 2 = 2 + x_D \Leftrightarrow 4 = 2 + x_D \Leftrightarrow 4-2 = x_D \Leftrightarrow x_D = 2$

$y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \Leftrightarrow 4 = \frac{5 + y_D}{2} \Leftrightarrow 2\times 4 = 5 + y_D \Leftrightarrow 8 = 5 + y_D \Leftrightarrow 8-5 = y_D \Leftrightarrow y_D = 3$ donc D(2 ;3)

Type 15.

Convertir les angles suivants en degrés

1) $\frac{2\pi}{3}$	3) $\frac{5\pi}{6}$	6) $\frac{4\pi}{9}$	9) $\frac{13\pi}{20}$	12) $\frac{7\pi}{4}$
2) $\frac{3\pi}{4}$	4) $\frac{4\pi}{15}$	7) $\frac{\pi}{12}$	10) $\frac{11\pi}{6}$	13) $\frac{5\pi}{3}$
	5) $\frac{2\pi}{5}$	8) $\frac{7\pi}{10}$	11) $\frac{3\pi}{2}$	14) $\frac{11\pi}{15}$

Correction

1)On a la correspondance π =180° donc $\frac{2\pi}{3}=\frac{2\times 180}{3}=\frac{360}{3}$ =120°

Type 16.

Calculer le sinus et le cosinus des angles suivants

1) $\frac{\pi}{4}$ 2) $\frac{3\pi}{4}$ 3) $\frac{2\pi}{3}$ 4) $\frac{4\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{6}$ 6) $\frac{5\pi}{6}$ 7) $\frac{\pi}{2}$ 8) $\frac{5\pi}{4}$ 9) $\frac{5\pi}{3}$ 10) π 11) $\frac{7\pi}{6}$ 12) $\frac{11\pi}{4}$ 13) $\frac{3\pi}{2}$ 14) $\frac{7\pi}{3}$ 15) $\frac{11\pi}{6}$ 16) 0 17) $-\frac{\pi}{6}$ 18) $-\frac{\pi}{4}$ 19) $-\frac{3\pi}{4}$

Correction :Se reporter au cercle trigonométrique

Type 17.

1) Calculer cos x sachant que sin x= $\frac{3}{5}$ et $x\in[0;\ \frac{\pi}{2}]$
2) Calculer cos x sachant que sin x= $\frac{15}{17}$ et $x\in[\frac{\pi}{2};\ \pi]$
3) Calculer sin x sachant que cos x= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x\in[0;\ \pi]$
4) Calculer sin x sachant que cos x= $\frac{1}{2}$ et $x\in[-\frac{\pi}{2};\ 0]$
5) Calculer cos x sachant que sin x= $-\frac{4}{5}$ et $x\in[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}]$
6) Calculer cos x sachant que sin x= $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $x\in[\frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2}]$
7) Calculer sin x sachant que cos x= $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ et $x\in[0;\ \pi]$
8) Calculer sin x sachant que cos x= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x\in[-\pi;\ 0]$

Correction

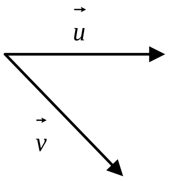
1)On a la relation $(\sin x)^2+(\cos x)^2=1$ donc $(\frac{3}{5})^2+(\cos x)^2=1$ donc $\frac{9}{25}+(\cos x)^2=1$ donc $(\cos x)^2=1-\frac{9}{25}$

Donc $(\cos x)^2=\frac{25}{25}-\frac{9}{25}$ donc $(\cos x)^2=\frac{16}{25}$ donc $\cos x=\sqrt{\frac{16}{25}}$ ou $\cos x=-\sqrt{\frac{16}{25}}$

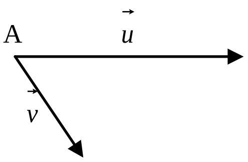
Donc $\cos x=\frac{4}{5}$ ou $\cos x=-\frac{4}{5}$ or $x\in[0;\ \frac{\pi}{2}]$ donc $\cos x\geq 0$ donc $\cos x=\frac{4}{5}$

Type 18.

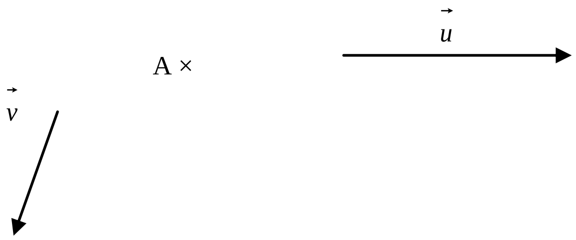
Représenter la somme $\vec{u}+\vec{v}$



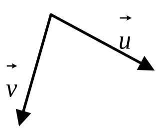
Trouver le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}+\vec{v}$



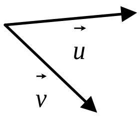
Trouver le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}+\vec{v}$



Représenter la somme $2\vec{u}+3\vec{v}$



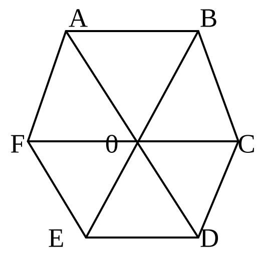
Représenter la somme $-2\vec{u}+3\vec{v}$



Type 19.

Dans un hexagone régulier, exprimer à l'aide d'un seul vecteur :

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
2) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{CD}$
3) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{OB}$
4) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CD}$
5) $\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{DC}$
6) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OE}$
7) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BO}$
8) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{DC}$
9) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{DE}$
10) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{AO}$
11) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{BO}$
12) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC}$
13) $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FE}$
14) $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD}$
15) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DB}$
16) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FA}$
17) $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{DB}$
18) $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{CK}$



Correction

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ On remarque que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BO}$ donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$

Type 20.

Exprimer sous forme la plus simple

1) $2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$
2) $0\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$
3) $2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$
4) $2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DA}$
5) $2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}$
6) $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB}$
7) $\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$
8) $3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
9) $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$
10) $\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}$
11) $2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{AC}$
12) $3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$
13) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{AD}$
14) $2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CD}$

Correction

1) $2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB}$
$= \overrightarrow{AB}$

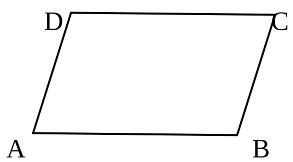
Type 21.

Soit ABCD un parallélogramme de centre O, trouver α et β tel $\vec{u} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AD}$

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AD}$
2) $2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD}$
3) $2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$
4) $\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
5) $2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$
6) $2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}$
7) $2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{DA}$
8) $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BA}$
9) $\overrightarrow{CO} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
10) $\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB}$
11) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DA}$
12) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DO} + 3\overrightarrow{AC}$
13) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{AC}$
14) $2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{AD}$
15) $2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AO}$
16) $2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AO}$

Correction

1)



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$

Type 22.

Modèle 1

1) Soient A et B tels que AB=3

a) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

b) Placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$

c) Placer le point P tel que $\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{AB}$

d) Placer le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

2) Soient A et B tels que AB=4

a) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

b) Placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{7}{4}\overrightarrow{AB}$

c) Placer le point P tel que $\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{AB}$

d) Placer le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

a) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

b) Placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{7}{5}\overrightarrow{AB}$

c) Placer le point P tel que $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB}$

d) Placer le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

3) Soient A et B tels que AB=5

Modèle 2

4) Soient A et B tels que AB=5

a) Placer le point M tel que $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$

b) Placer le point N tel que $3\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NB}$

c) Placer le point P tel que $7\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{PB}$

d) Placer le point Q tel que $-\overrightarrow{AQ} = 6\overrightarrow{QB}$

5) Soient A et B tels que AB=4

a) Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$

b) Placer le point N tel que $3\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NB}$

c) Placer le point P tel que $6\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{PB}$

d) Placer le point Q tel que $-\overrightarrow{AQ} = 5\overrightarrow{QB}$

6) Soient A et B tels que AB=3

a) Placer le point M tel que $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

b) Placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NB}$

c) Placer le point P tel que $5\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{PB}$

d) Placer le point Q tel que $-3\overrightarrow{AQ} = 6\overrightarrow{QB}$

7) Soient A et B tels que AB=6

a) Placer le point M tel que $2\overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{MB}$

b) Placer le point N tel que $4\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NB}$

c) Placer le point P tel que $8\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{PB}$

d) Placer le point Q tel que $-\overrightarrow{AQ} = 5\overrightarrow{QB}$

Type 23.

6) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AD}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et G tel que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

Démontrer que E, F et G sont alignés

7) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et G tel que $\overrightarrow{DG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DC}$

Démontrer que E, F et G sont alignés

8) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AD}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et G tel que $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

Démontrer que E, F et G sont alignés

9) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ et G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AC}$

Démontrer que E, F et G sont alignés

10) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ et G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

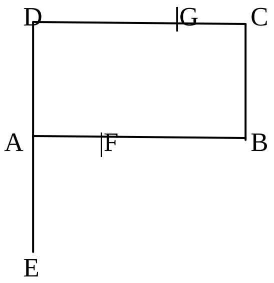
Démontrer que E, F et G sont alignés

11) Soit ABCD un rectangle, soit E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ et G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{6}{17}\overrightarrow{AC}$

Démontrer que E, F et G sont alignés

Correction

1)



$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

On remarque que $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{EF}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires donc E, F, G sont alignés

2ème méthode: Se placer dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

E(0;–1) F($\frac{1}{3}$;0) G($\frac{2}{3}$;1), $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} = \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} - 0 \\ 0-(-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \end{pmatrix} = \overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} \frac{2}{3} - 0 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EG} = 2\,\overrightarrow{EF}$ donc $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires donc E,F et G sont alignés

---

Type 24.

9) Soit ABC un triangle et les points EFG tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, G milieu de [BC], $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, démontrer que E,F, et G sont alignés
10) F milieu de [AC], $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, B milieu de [AE]
11) E milieu de [AB], $\overrightarrow{GB} = -2\,\overrightarrow{GC}$, C milieu de [AF]
12) A milieu de [EB], $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BG} = \frac{6}{7}\overrightarrow{BC}$
13) $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{FC} = -2\,\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{GB} = \frac{1}{6}\overrightarrow{GC}$
14) $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{GB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$,
15) A milieu de [FC], $\overrightarrow{AE} = -3\,\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{GB} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{GC}$
16) A milieu de [EB], $\overrightarrow{BG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{FA} = \frac{1}{6}\overrightarrow{FC}$

Type 25.

Soit A(1 ;3), B(2 ;–4), C(–1 ;2), D(4 ;0), trouver les coordonnées des vecteurs suivants.

5) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} + 2\,\overrightarrow{AD}$
6) $2\,\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD}$
7) $2\,\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{AB}$
8) $\overrightarrow{CA} - 2\,\overrightarrow{AD} + 3\,\overrightarrow{OA}$
9) $2\,\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA}$
10) $2\,\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} - 2\,\overrightarrow{DA}$
11) $3\,\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AO} - \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$
12) $\overrightarrow{CO} - 2\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$
13) $\frac{1}{4}\overrightarrow{OB} - 2\,\overrightarrow{CA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{DB}$
14) $2\,\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AO}$

Correction

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} + 2\,\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} + \overrightarrow{OC}\begin{pmatrix} x_C - x_O \\ y_C - y_O \end{pmatrix} + 2\,\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix}$

$= \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-1 \\ -4-3 \end{pmatrix} + \overrightarrow{OC}\begin{pmatrix} -1-0 \\ 2-0 \end{pmatrix} + 2\,\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-1 \\ 0-3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1+2\times 3 \\ -7+2+2\times(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -7+2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -11 \end{pmatrix}$

Type 26.

1) A(0,2), B(3,4), C(5,3), D(2,1) Démontrer que ABCD est un parallélogramme
2) B(3, $\frac{4}{3}$), E(1, $\frac{1}{3}$), F(2, –1), G(4,0) Démontrer que BEFG est un parallélogramme
3) C($\frac{1}{2}$,2), A($\frac{5}{2}$,3), D(4,2), E(2,1) Démontrer que CADE est un parallélogramme
4) E(–1,1), B(3,2), C(2, $\frac{1}{4}$), A(–2,– $\frac{3}{4}$) Démontrer que EBCA est un parallélogramme
5) A(–1,1), F(0, $\frac{5}{2}$), B(4,2), E(3, $\frac{1}{2}$) Démontrer que AFBE est un parallélogramme
6) D(–$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$), E(C,2), C(3, $\frac{7}{5}$), A(1, –1) Démontrer que DECA est un parallélogramme

Correction

1)Il suffit de montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3-0 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme

Type 27.

1) Soit A(1 ;4), B(3 ;2), C(2;–1), trouver les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme
2) Soit B(2 ;4), D(3 ;5), A(1;–1), trouver les coordonnées du point F tel que BDFA soit un parallélogramme
3) Soit B(6 ;2), E(3 ;4), F(1;3), trouver les coordonnées du point G tel que BEFG soit un parallélogramme
4) Soit A(1 ;4), C(–3 ;1), D(1;–1), trouver les coordonnées du point F tel que ACFD soit un parallélogramme
5) Soit C(1 ; $\frac{5}{2}$), E(–2 ; –1), A(1; –2), trouver les coordonnées du point D tel que CEAD soit un parallélogramme
6) Soit E($\frac{1}{3}$; 2), B(–1 ; 3), A(1; –2), trouver les coordonnées du point C tel que EBCA soit un parallélogramme
7) Soit C(0 ; 2), B($-\frac{3}{4}$; 3), D(2; $-\frac{1}{2}$), trouver les coordonnées du point E tel que CBDE soit un parallélogramme
8) Soit F(2 ; $\frac{3}{4}$), A(–1 ; $\frac{5}{3}$), C(0; –3), trouver les coordonnées du point D tel que AFDC soit un parallélogramme

Correction

1)On doit avoir $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2 - x_D \\ -1 - y_D \end{pmatrix}$

donc $\begin{cases} 2 - x_D = 2 \\ -1 - y_D = -2 \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2 - 2 = x_D \\ -1 + 2 = y_D \end{cases}$ donc $\begin{cases} 0 = x_D \\ 1 = y_D \end{cases}$ donc D(0,1)

Type 28.

Soit A(1 ;2), B(–1 ;4), C(0 ;–2), D(–4 ;1), trouver les coordonnées du point M tel que

1) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$
2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BD}$
3) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{OC} + 2\,\overrightarrow{AD}$
4) $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{DA} - 2\,\overrightarrow{OA}$
5) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CO} - 2\,\overrightarrow{AB}$
6) $\overrightarrow{MA} = 3\,\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AO}$
7) $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$
8) $2\,\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} = \vec{0}$
9) $\overrightarrow{DM} + 3\,\overrightarrow{AM} - 2\,\overrightarrow{BA} = \vec{0}$
10) $\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$
11) $\overrightarrow{OM} + 2\,\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA} - 2\,\overrightarrow{BC}$
12) $\overrightarrow{AM} - 2\,\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CO} - 2\,\overrightarrow{AB}$
13) $\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{CM} = 3\,\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{CD}$
14) $\overrightarrow{MD} - 2\,\overrightarrow{OM} = 2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{CO}$
15) $\overrightarrow{OM} + 2\,\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{CM}$

Type 29.

Les points suivants sont–ils alignés ? Si oui, trouver k tel que $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$

1) A(0 ;2), B(2 ;3), C(6 ;5)
2) A(–1 ;4), B(2 ;3), C(8 ;1)
3) A(0 ;–4), B(2 ;1), C(4 ;5)
4) A(–1 ;5), B(4;0), C($\frac{3}{2}$; $\frac{5}{2}$)
5) A(0 ; –2), B(4 ; 1), C(6 ; $\frac{5}{2}$)
6) A(–1 ; 1), B(2 ;3), C(3 ; $\frac{11}{3}$)
7) A(1 ;1), B(2 ; $\frac{3}{2}$), C($\frac{17}{4}$;3)
8) A(0 ;3), B(2 ; $\frac{11}{3}$), C(4 ; $\frac{13}{3}$)
9) A(0 ;5), B($\frac{1}{2}$;3), C($\frac{5}{4}$;0)
10) A(–3 ;2), B(2 ; $\frac{11}{4}$), C(3 ;4)
11) A(1 ; $\frac{7}{2}$), B(2 ;3), C($\frac{9}{2}$; $\frac{7}{4}$)
12) A(–3 ;2), B(–1 ; $\frac{5}{4}$), C($\frac{5}{2}$; $-\frac{1}{4}$)

Correction

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-0 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6-2 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $x\times y' - x'\times y = 2\times 2 - 4\times 1 = 4-4 = 0$ Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc

A, B et C sont alignés $\overrightarrow{AC}$ =2 $\overrightarrow{AB}$ donc k=2

Type 30.

Trouver la valeur de m tel que les points A, B, C soient alignés, et trouver k tel que $\overrightarrow{AC}$ =k $\overrightarrow{AB}$

1) A(0 ;2), B(1 ;3), C(6 ;m)
2) A(2 ;3), B(4 ;8–m), C(6 ;5)
3) A(–2 ;2+3m), B(1 ;2), C(6 ;5)
4) A(2 ;–3), B(4+2m ;8), C(3 ;0)
5) A(1 ;2+m), B(2 ;3–m), C(6 ;5)
6) A(–1 ;3–m), B(0 ;1+2m), C(6 ;1–2m)
7) A(1+2m;0), B(3–2m;4), C(3+m,1)
8) A(2+3m ;1–m), B(2 ;0), C(–2 ;–4)
9) A(–6 ;3), B(3m–1 ;2m+1), C(2 ;–3)
10) A(2 ;–3), B(1 ;–4), C(–2m+1 ;3m–2)
11) A(0 ;2), B(m ;m), C(–2 ;m)
12) A(m ;–4), B(4 ;4), C(m ;m)

Correction

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-0 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6-0 \\ m-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ m-2 \end{pmatrix}$

A, B et C sont alignés si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, si x×y'–x'×y=0 ⇔ 1× (m–2) –6×1=0
⇔ m–2 –6=0
⇔ m=8

Type 31. Pour les systèmes suivants : Résoudre les systèmes et vérifier les solutions :

Modèle 1 : entiers

1) 3,2 $\begin{cases} 2x+y=8 \\ x+y=5 \end{cases}$

2) 2,1 $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ x-3y=-1 \end{cases}$

3) 2,-1 $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ x+3y=-1 \end{cases}$

4) 1,3 $\begin{cases} 3x+2y=9 \\ x+y=4 \end{cases}$

5) -2,3 $\begin{cases} 4x+y=-5 \\ x-2y=-8 \end{cases}$

6) 5,2 $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ x-3y=-1 \end{cases}$

7) 2,1 $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 5x+y=11 \end{cases}$

8) 3, 2 $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x-y=7 \end{cases}$

9) 2, -1 $\begin{cases} 4x+5y=3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

10) -3, 4 $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x-y=-13 \end{cases}$

11) 3, -1 $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 2x-3y=9 \end{cases}$

12) 2, 3 $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$

13) 2, 5 $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ 3x-2y=-7 \end{cases}$

14) 2, 1 $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 5x-4y=6 \end{cases}$

15) 3, 2 $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$

Modèle 2 : fractions

16) $\begin{cases} 3x+y=1 \\ x-2y=5 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ x-y=-1 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 3x+y=-2 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 3x+2y=-1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 4x+y=-5 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x+3y=-1 \end{cases}$

Correction

1)

$\begin{cases} 2x+y=8 \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=8 \\ x=5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\times(5-y)+y=8 \\ x=5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-2y+y=8 \\ x=5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=8-10 \\ x=5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=-2 \\ x=5-y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y=2 \\ x=5-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$ La solution est {(3,2)}

Vérification 2x+y=8 x+y=5
2×3+2=8 3+2=5
6+2=8 Ce qui est exact

Type 32.

1) Statistique sur la pointure de chaussure des élèves d'une classe

40, 41, 42, 43, 44, 45, 43, 41, 42, 43, 42, 44, 41, 42, 43, 42

Pointure de chaussure	40	41	42	43	44	45	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							

Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3
e) Faire le diagramme en bâton
f) Faire le diagramme circulaire
g) Quel est le pourcentage de personnes dont la pointure est supérieure ou égale à 43 ?

2) Statistique sur des notes obtenues au brevet sur 40
17, 18, 19, 20, 21, 22, 18, 19, 20, 21, 19, 20, 21, 20, 21, 17, 18, 19, 20, 21

Note sur 40	17	18	19	20	21	22	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3
e) Faire le diagramme en bâton
f) Faire le diagramme circulaire
g) Quel est le pourcentage de personnes dont la note est supérieure ou égale à 20 ?

3) Statistique sur l'étude de la masse d'un petit rongeur en grammes
27, 28, 29, 30, 31, 32, 28, 29, 30, 31, 32, 28, 29, 30, 29, 30

Masse	27	28	29	30	31	32	Total
Effectif							
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.
c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3
e) Faire le diagramme en bâton
f) Faire le diagramme circulaire
g) Quel est le pourcentage de rongeurs dont la masse est supérieure ou égale à 30 ?

4) Voici une statistique sur les âges des membres d'une assemblée

Age	35	36	37	38	39	40	Total
Effectif	16	21	26	34	22	18	
Fréquence en nombre à virgule							
Fréquence en pourcentage							
Effectif cumulé croissant							
Angle							

a) Compléter le tableau
b) Trouver l'étendue, la classe modale.

c) Trouver la moyenne
d) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3
e) Faire le diagramme en bâton
f) Faire le diagramme circulaire
g) Quel est le pourcentage de personnes dont l'âge est supérieure ou égale à 39

5) Voici les âges des membres d'une association
21, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 33, 34, 37, 39, 42, 45, 46, 47, 50, 52, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62
a) Trouver l'étendue, la classe modale
b) Trouver la moyenne
c) Calculer la médiane , puis Q1 et Q3
d) Quel est le pourcentage de personnes dont l'âge est supérieure ou égale à 50

Correction
1)

Pointure de chaussure	40	41	42	43	44	45	Total
Effectif	1	3	5	4	2	1	16
Fréquence en nombre à virgule	$\frac{1}{16}$=0,0625	$\frac{3}{16}$=0,1875	$\frac{5}{16}$=0,3125	$\frac{4}{16}$=0,25	$\frac{2}{16}$=0,125	$\frac{1}{16}$=0,0625	1
Fréquence en pourcentage	6 ,25%	18 ,75%	31,25%	25%	12,5%	6,25%	100%
Effectif cumulé croissant	1	4	9	13	15	16	
Angle	22,5°	67,5°	112,5°	90°	45°	22,5°	360°

Angle $\frac{1}{16}\times 360$=22,5°

b)L'étendue est 45–40=5 la classe modale est la classe ayant le plus grand effectif c'est-à-dire 42

c)m= $\frac{40\times 1+41\times 3+42\times 5+43\times 4+44\times 2+45\times 1}{16}$ =39,875

d)médiane $\frac{16}{2}$=8 La médiane est donc la moyenne entre la 8ème et la 9ème valeur

Il faut ranger les pointure par ordre croissant : 40, 41, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43, 43, 44, 44, 45, la 8ème valeur est 42, la 9ème valeur est 42, la moyenne entre 42 et 42 est 42, la médiane est donc 42

Recherche de Q1 : $\frac{1}{4}\times 16$=4 Q1 est la 4ème valeur c'est-à-dire 41

Recherche de Q3 : $\frac{3}{4}\times 16$=12 Q3 est la 12ème valeur c'est-à-dire 43

g)Il y a 7 personnes dont la pointure est supérieure à 43, donc le pourcentage est $\frac{7}{16}\times 100$=43,75

Type 33.

1) Voici des tailles des personnes d'une même classe en cm : 164, 166, 167, 171, 173, 174, 175, 176, 178, 179, 180, 182, 183, 184, 185

a) Compléter le tableau suivant :

Taille	[160 ;165[	[165 ;170[	[170 ;175[	[175;180[	[180;190[	Total
Effectif						
Fréquence en pourcentage						
Effectif cumulé croissant						
Fréquence cumulée croissante						
Centre des						

classes						

b) Donner l'étendue et la classe modale
c) Calculer la moyenne
d) Faire le diagramme en barres
e) Faire le diagramme des fréquences cumulées croissantes
f) En déduire la médiane par lecture graphique sur le diagramme des fréquences cumulées croissantes

2) Voici les poids des personnes d'une même classe en cm : 45,46, 50, 54, 56, 57, 58, 60, 61, 63, 64, 68,
a) Compléter le tableau suivant :

Taille	[45 ;50[	[50 ;55[	[55 ;60[	[60 ;65[	[65 ;75[	Total
Effectif						
Fréquence en pourcentage						
Effectif cumulé croissant						
Fréquence cumulée croissante						
Centre des classes						

b) Donner l'étendue et la classe modale
c) Calculer la moyenne
d) Faire le diagramme en barres
e) Faire le diagramme des fréquences cumulées croissantes
f) En déduire la médiane par lecture graphique sur le diagramme des fréquences cumulées croissante

Correction
1)

Taille	[160 ;165[	[165 ;170[	[170 ;175[	[175;180[	[180;190[	Total
Effectif	1	2	3	4	4	13
Fréquence en pourcentage	7,14%	14,28%	21,43%	28,57%	21,43%	100%
Effectif cumulé croissant	1	3	6	10	14	14
Fréquence cumulée croissante	7,14%	21,43%	42,86%	71,43%	100%	
Centre des classes	162,5	167,5	172 ,5	177,5	185	

b)L'étendue est 185–164=21Il y a deux classes modales : [175;180[et [180;190[

c)m= $\dfrac{162{,}5\times 1+167{,}5\times 2+172{,}5\times 3+177{,}5\times 4+185\times 4}{14}$ =176

Type 34. Arbres

1) Une urne contient deux jetons verts numérotés 1 et 2 que l'on note V_1 et V_2 et deux jetons rouges numérotés 1 et 2 que l'on note R_1 et R_2. On tire au hasard un jeton dans l'urne, puis on le remt et on en tire un deuxième. Une issue est donc un couple, par exemple $V_1\ R_1$. Ainsi l'issue $V_1\ R_1$ est différente de l'issue $R_1 V_1$
   a) Donnez à l'ai de d'un arbre, le nombre total d'issues
   b) Calculez la probabilité des évènements :
      A : « Le jeton V_1 a été tiré »
      B : « Lors du tirage, le numéro « 2 » est apparu exactement une fois »
      C : « Les deux jetons tirés sont de couleurs différentes »

2) Au lycée, Léa doit choisir un code (à trois lettres) pour fermer son casier. Elle décide d'utiliser les trois lettres de son prénom sans répétition.

a) Utilisez un arbre pour donner le nombre total de codes.
b) Parmi ces codes , Léa en choisit un au hasard. Qulle est la probabilité que le code choisi soit « LEA »

3) Une urne U contient trois jetons : un bleu (B). un rouge ® et un jaune (J). Une urne V contient trois jetons : un bleu (B), un rouge ® et un noir (N). Un joueur prend au hasard un jeton dans l'urne U et note sa couleur, puis prend au hasard un jeton dans l'urne V et note sa couleur. Une issue est un couple, par exemple (B ;R) que l'on note plus simplement BR. Ainsi, l'issue BR est différente de l'issue RB.
a) Utilisez un arbre pour donner le nombre total d'issues.
b) Quelle est la probabilité que le joueur ait obtenu JR ?
c) Qulee est la probabilité que le joueur ait obtenu un seul jeton bleu ?
d) Quelle est la probabilité que le joueur ait obtenu deux jetons de même couleur ?

4) Stéphane a deux pantalons : un noir et un bleu, trois chemises : une bleue, une jaune et une noire, et deux vestes : une bleue et une marron.On suppose que Stéphane choisit au hasard un pantalon, puis une chemise , puis une veste.
a) dénombrez à l'aide d'un arbre les différentes façons dont Stéphane peut s'habiller.
b) Calculez la probabilité des événements :
A : « Il porte une chemise et une veste bleue ».
B : « Il porte une veste bleue ou une chemise bleue ».
C : »Il ne porte ni veste bleue, ni pantalon bleu »

5) Un urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire une boule au hasard, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne. Puis on tire à nouveau une boule au hasard et on note son numéro. On obtient alors un nombre entier à deux chiffres.
a) Dénombrez les issues possibles.
b) Quelle est la probabilité d'obtenir le même chiffre lors des deux tirages successifs ?
c) Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et celle d'obtenir un multiple de 9 ?

6) Une urne contient trois boules rouges numérotées R_1 R_2 et R_3 et une boule blanche B. On tire une boule au hasard, on note sa couleur, on la remet dans l'urne. Puis on tire à nouveau une boule au hasard et on note sa couleur.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes lors des deux tirages successifs ?

7) Sur quatre cartons indiscernables, sont inscrites les lettres S, L, L, O. Les cartons sont mélangés puis disposés faces cachées. On choisit successivement, sans remise et au hasard, trois cartons. Les lettres obtenues dans l'ordre du tirage forment un mot de trois lettres (qui n'a pas nécessairement de sens).
A l'aide d'un arbre, déterminez la probabilité des événements :
a) « Le mot est LOL »
b) « Le mot contient au plus un L »
c) « Le mot contient au moins un L »

Type 35. Evénements

1) On tire au hasard une carte dans un jeu de 32. On considère les événements
A : « La carte est une figure »
B : « La carte est de couleur noire »
a) Calculez la probabilité de A, puis de B
b) Enoncez les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ et calculez leur probabilité

2) Une urne contient sept jetons : trois jetons noirs, numérotés de 1 à 3, que l'on note N1, N2 et N3 et quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4, que l'on note R1, R2, R3 et R4. On prend au hasard un jeton dans l'urne.
a) Calculez la probabilité des événements :
A : « Le jeton est noir » ;
B : « Le jeton porte un numéro impair » ;
b) Calculez la probabilité des événements $A \cap B$ et $A \cup B$

3) Deux événement E et F sont tels que
$P(E)=0,35$ $P(\overline{F})=0,4$ $P(E\cap F)=0,1$ Calculez la probabilité de l'événement F, puis celle de l'événement $E\cup F$

4) Deuxévénements E et F sont tels que $p(E)=0,34$; $P(E\cup F)=0,65$ et $P(E \cap F)=0,23$, calculez la probabilité de l'événement F
c) A et B sont deux événements tels que $P(\overline{A})=0,44$; $P(\overline{B})=0,63$ et $P(A \cup B)=0,68$, Calculez $P(A \cap B)$

5) Une urne contient trois boules noires numérotées 1, 2, 3 et quatre boules rouges numérotées 1, 2, 3, 4. On tire une boule au hasard.
a) Calculez la probabilité des événements
A : « La boule est noire » ;
B :« La boule est rouge » ;
C : « La boule porte un numéro pair » ;
b) Calculez les probabilités des événements : $A\cap C$; $B\cap C$; $A\cup C$; $B\cup C$

6) On lance un dé parfait et on note le numéro apparu sur la face supérieure.
a) Calculer la probabilité des événements :

A : « Obtenir le numéro 6 » ;
B : « Obtenir un numéro pair » ;
C : « Obtenir un numéro strictement inférieur à 4 » ;

b) Enoncez les événements $B \cap C$, $A \cap B$, $A \cap C$ et calculez leur probabilité

7) A la sortie d'un spectacle, on demande à une personne adulte choisie au hasard si elle a aimé ou non le spectacle. On considère les événements suivants :
F : « La personne est une femme » ;
O : « La personne répond oui » ;

a) Enoncez par des phrases les événements $F \cap O$, $\overline{F}$
b) On donne P(F)=0,65 ; P(O)=0,9 et $P(F \cup O)$=0,94, Calculez les probabilités de ces événements

Type 36. Schémas en patate

1) La classe de seconde générale comporte 35 élèves. 15 ont choisit l'option dessin, 12 ont choisit l'option musique, et 5 ont choisi les deux options. On choisit un élève au hasard. Calculez la probabilité qu'il pratique :
   a) Les deux options
   b) L'une au moins des options ;
   c) Aucune option
2) La classe de seconde générale comporte 29 élèves. 16 ont choisit l'option dessin, 6 ont choisi les deux options dessin et musique, et 7 n'ont choisit aucune option. On choisit un élève au hasard. Calculez la probabilité qu'il pratique :
   a) Les deux options
   b) L'une au moins des options ;
   c) L'option musique
3) La classe de seconde générale comporte 33 élèves. 15 pratiquent le hand-ball, 8 le tennis et 17 ne pratiquent ni l'un ni l'autre. On choisit un élève au hasard. Calculez la probabilité qu'il pratique :
   a) L'un au moins des deux sports ;
   b) Les deux sports

Type 37. Tableaux

1) Le tableau suivant indique la composition d'une assemblée

	Hommes	Femmes	Total
Ont des enfants	61	42	103
N'ont pas d'enfants	11	6	17
Total	72	48	120

a) On choisit au hasard une personne dans cette assemblée. Les probabilités seront arrondies au millième. Qulle est la probabilité que cette personne :
-Soit un homme ?
-Soit une femme qui a des enfants ?
-N'ait pas d'enfants ?

b) On choisit au hasard une femme de cette assemblée. Quelle est la probabilité qu'elle ait des enfants ?
c) On choisit au hasard une personne qui a des enfants. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

2) Pierre veut acheter une BD. Il a le choix entre deux formats : petit (P) et grand (G), et il peut choisir une BD en couleur (C) ou en noir et blanc (N). Voici la répartition des BD qui lui sont proposées

	BD en couleur	BD en noir et blanc	Total
BD grand format	18	5	23
BD petit format	6	1	7
Total	24	6	30

Calculez les probabilités des événement P, G, C, N, $\overline{P}$, $C \cap G$, $N \cap P$, $C \cup G$, $N \cup P$.

3) Le tableau suivant indique la qualité des élèves d'un établissement.

	Interne	Demi-pensionnaire	Externe	Total
Garçons	42	256	58	356
Filles	26	297	70	393
Total	68	553	128	749

On choisit au hasard un élève de cet établissement. Les résultats seront arrondis au centième.
   a) Quelle est la probabilité des événements suivants :
      E : « L'élève est externe ?
      F : « L'élève est une fille ?
      M : « L'élève est un garçon interne ?
   b) On choisit au hasard une fille de cet établissement. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas demi-pensionnaire ?
   c) On choisit au hasard un élève demi-pensionnaire. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

4) On a interrogé un groupe de 80 personnes pour savoir s'ils aiment ou n'aiment pas la « pop music ». Le sondage a donné les résultats suivants :

	Moins de 30 ans	Plus de 30 ans	Total
Aiment		6	42
N'aiment pas			
Total	48		80

a) Complétez le tableau
b) Calculez la probabilité des événements :
A : « La personne a plus de 30 ans et n'aime pas la Pop » ;
B : « La personne aime la Pop » ;
c) La personne interrogée aime la « pop ». Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de trente ans.

5) Un lycée fait remplir un questionnaire à chacun des 2000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et etrminale.
On obtient la répartition suivante :
Un quart des élèves est en terminale ;
35% des élèves sont en première ;
Tous les autres sont en seconde ;
Parmi les élèves de terminale, 70% utilisent régulièrement internet ;
630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
On choisit au hasard un questionnaire d'élève, en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :
S l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
E l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
T l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
I l'événement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet
a) Complétez le tableau suivant

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise Internet régulièrement				
N'utilise pas Internet Régulièrement				
Total				

b) Déterminez la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement Internet
c) Calculez P(S), P(I) , P($S \cap I$), P($\overline{I}$), P($T \cup I$)